

TFA PIEMONTE 2011/2012
CORSO DI DOCIMOLOGIA – E
DOCENTE: *PROF. ROBERTO TRINCHERO*

PROGETTAZIONE, SPERIMENTAZIONE E ANALISI DI UNA PROVA DI MATEMATICA

La parabola: aspetti geometrici e prime considerazioni analitiche

Marco Redaelli
Classe A049

INDICE

1. OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO E COMPETENZE.....	3
2. DESCRITTORI DELL'APPRENDIMENTO.....	4
a) PRIMA PARTE – Item da 1 a 5	4
b) SECONDA PARTE – Item 6 e 7.....	5
3. DESTINATARI, PREREQUISITI E PERCORSO DI APPRENDIMENTO	7
a) Destinatari	7
b) Prerequisiti	7
c) Percorso di apprendimento.....	7
4. TIPOLOGIA E STRUTTURA DELLA PROVA.....	8
a) Prima parte: conoscenze/abilità	8
b) Seconda parte: competenze.....	10
5. ACCORGIMENTI PER LA SOMMINISTRAZIONE.....	11
6. CRITERI DI VALUTAZIONE E MATRICI DI CORREZIONE	11
7. RESOCONTO DELLA SOMMINISTRAZIONE E RISULTATI.....	14
8. ANALISI DEI DATI.....	15
a. Statistiche	15
b. Analisi degli item	16
9. INDICAZIONI PER IL RECUPERO	17
10. AUTORIFLESSIONE	18

1. Obiettivi di apprendimento e competenze

La prova progettata è composta di due parti:

- la prima parte contiene cinque item strutturati, simili a quelli che verranno affrontati dagli studenti nelle lezioni o nei compiti a casa immediatamente precedenti la somministrazione della prova. Essi mirano a rilevare il raggiungimento dei seguenti obiettivi di apprendimento, generali (○) e specifici (▪):
 - Conoscere le proprietà geometriche di una curva:
 - Ricordare gli elementi fondamentali della definizione di parabola come luogo geometrico;
 - Riconoscere quali sezioni di una superficie conica individuano una parabola.
 - Comprendere la rappresentazione analitica di una semplice funzione, distinguendo tra variabili e parametri:
 - Attribuire il valore corretto ai parametri dell'equazione di una parabola con asse verticale espressa in forma esplicita.
 - Risalire dalla rappresentazione grafica di una semplice funzione alla sua espressione funzionale:
 - Associare a una parabola con asse verticale la sua espressione analitica sulla base di considerazioni qualitative;
 - Rappresentare sul piano cartesiano una semplice funzione quadratica:
 - Tracciare il grafico di una parabola con asse coincidente con l'asse delle ordinate.
- la seconda parte della prova è composta da due item semistrutturati che mettono lo studente di fronte a problemi che non verranno affrontati durante le lezioni. Mediante tali item si intendono rilevare indicatori relativi alle seguenti competenze matematiche (tratte dalle linee guida per il primo biennio dei Nuovi Professionali):
 - utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica;
 - individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi.

2. Descrittori dell'apprendimento

a) PRIMA PARTE - Item da 1 a 5

Obiettivi di apprendimento	Classificazione di Anderson e Krathwohl	Indicatori / Descrittori	Item della prova
Ricordare gli elementi fondamentali nella definizione di parabola come luogo geometrico.	Ricordare: rievocare	Sa completare la definizione di parabola utilizzando i termini <i>fuoco</i> , <i>direttrice</i> e il concetto di <i>equidistanza</i> .	La parabola è il luogo dei punti [...] da una retta detta [...] e da un punto detto [...] {Item 1}
Riconoscere quali sezioni di una superficie conica individuano una parabola.	Ricordare: riconoscere	Date tre possibili intersezioni tra un piano e una superficie conica, riconosce quella che definisce una parabola.	In figura è indicato il profilo di una superficie conica. Quale tra i "tagli" proposti definisce una parabola? {Item 2}
Attribuire il valore corretto ai parametri dell'equazione di una parabola con asse verticale espressa in forma esplicita.	Comprendere: confrontare (identificare corrispondenze "uno a uno" tra elementi e <i>pattern</i>)	Data l'equazione di una parabola con asse verticale, espressa in forma esplicita e con i termini ordinati in modo "standard" (da grado 2 a grado 0), attribuisce ai parametri <i>a</i> , <i>b</i> , <i>c</i> il valore corretto.	Completa la tabella indicando i valori dei parametri <i>a</i> , <i>b</i> , <i>c</i> della parabola di equazione $y=ax^2+bx+c$ {Item 3.1,3.2,3.3}
	Comprendere: classificare (inserire oggetti all'interno di categorie fissate a priori, in base ad associazioni non puramente mnemoniche)	Data l'equazione di una parabola con asse verticale in cui i termini non sono ordinati per grado, classifica correttamente i parametri <i>a</i> , <i>b</i> , <i>c</i> .	{Item 3.4}
Associare a una parabola con asse verticale la sua espressione analitica sulla base di considerazioni qualitative. (attribuire significato ai parametri)	Analizzare: differenziare (estrarre le informazioni non esplicite in un materiale)	Dati i grafici di alcune parabole con asse verticale, sa associare a ciascun grafico la corrispondente espressione analitica scegliendo tra le opzioni proposte.	Associa ad ogni curva la corrispondente equazione, scegliendo tra le alternative proposte {Item 4}
	Comprendere: interpretare (esprimere un concetto utilizzando un codice diverso rispetto a quello in cui è stato ricevuto)		
Tracciare il grafico di una parabola con asse coincidente con l'asse delle ordinate.	Applicare: eseguire	Sa tracciare il grafico di una parabola di equazione $y = ax^2 + c$	Disegna la parabola di equazione $y=x^2 - 4$ {Item 5}

b) SECONDA PARTE - Item 6 e 7

		Profilo (generale) di competenza				
Situazione Problema	Competenza (da Linee Guida)	Risorse	Strutture di interpretazione	Strutture di azione	Strutture di autoregolazione	Processi coinvolti
<p>La curva in figura è una parabola. Sapresti scrivere la sua equazione? Spiega quale ragionamento (o quale procedimento) hai seguito. {item 6}</p>	<p>Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi</p>	<p>Conoscenze elementari sull'espressione analitica di una parabola e...</p>	<p>Cogliere il fatto che la curva in figura si riconduce a una parabola con asse verticale scambiando l'asse x con l'asse y.</p>	<p>Scrivere l'equazione di una parabola con asse verticale e vertice nell'origine e scambiare la lettera x con la lettera y</p>	<p>Verificare per punti la correttezza o meno della soluzione proposta.</p>	<p>Riconoscere, differenziare/organizzare, controllare, spiegare.</p>
		<p>... saper estrarre le coordinate dei punti dal grafico di una funzione.</p>	<p>(Oppure) Cogliere il fatto che si può giungere alla soluzione cercando la relazione che lega la variabile x alla variabile y</p>	<p>(Oppure) Estrapolare la regola che lega le variabili x e y (il valore assoluto di y è la radice quadrata di x)</p>	<p>(Oppure) Verificare eventuali incongruenze della soluzione proposta; porsi il problema del segno di y.</p>	<p>Eeguire, inferire, controllare, spiegare.</p>

Situazione Problema	Competenze (da Linee Guida)	Profilo (generale) di competenza				Processi coinvolti
		Risorse	Strutture di interpretazione	Strutture di azione	Strutture di autoregolazione	
<p>Il moto di una pietra lanciata verso l'alto è descritto con buona approssimazione dall'equazione $y = - (1/2) g t^2 + v_0 t + h_0$, dove</p> <p># g è l'accelerazione di gravità (circa 10 metri al secondo quadrato);</p> <p># v_0 è la velocità con cui la pietra lascia la mano;</p> <p># h_0 è l'altezza a cui si trova la mano rispetto al pavimento.</p> <p>Immagina di essere tu a effettuare il lancio: aiutandoti con un grafico, stima</p> <p>a) quanto tempo passa tra l'istante in cui la pietra lascia la tua mano e l'istante in cui la pietra tocca terra (scegli una velocità v_0 tra 5 e 15 metri al secondo);</p> <p>b) l'altezza massima raggiunta dalla pietra. {Item 7}</p>	<p>Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi.</p> <p>Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentando le anche sotto forma grafica.</p>	<p>Conoscenze elementari sull'espressione analitica di una parabola.</p> <p>Saper tracciare per punti il grafico di una funzione.</p> <p>Saper effettuare somme, sottrazioni, moltiplicazioni e elevamento a potenza servendosi di una calcolatrice.</p>	<p>Cogliere il fatto che l'equazione fornita è quella di una parabola con asse verticale e concavità rivolta verso il basso.</p> <p>Cogliere il fatto che la variabile indipendente è un tempo e non una distanza, ma che ciò è ininfluente sul piano formale.</p> <p>Cogliere il fatto che il problema richiede di fare scelte plausibili sul valore dei parametri e di sostituire tali valori nell'equazione data.</p>	<p>Saper riscrivere l'equazione sostituendo i valori scelti per i parametri.</p> <p>Applicare le procedure (matematiche) note per tracciare qualitativamente il grafico.</p> <p>Individuare sul grafico le informazioni richieste.</p>	<p>Valutare la coerenza "fisica" del grafico ottenuto (la pietra sale, raggiunge una quota massima, poi scende)</p> <p>Verificare numericamente la correttezza della quota massima e del tempo di caduta stimati.</p> <p>Valutare se i valori stimati sono accettabili.</p>	<p>Pianificare, riconoscere, classificare, confrontare, eseguire, criticare, controllare.</p>

3. Destinatari, prerequisiti e percorso di apprendimento

a) Destinatari

La prova è destinata a una classe seconda di Istituto Professionale (Settore industria e artigianato, indirizzo Manutenzione e Assistenza Tecnica).

La classe è composta da 17 alunni maschi, tra i quali uno ha certificazione DSA e due hanno un Piano Educativo Individualizzato.

Una peculiarità di questa classe è che lo scorso anno le lezioni di Scienze Integrate: Lab. di Fisica sono state in gran parte dedicate ad applicazioni di pneumatica e di tecnologia dei materiali, a scapito di conoscenze in campi "tradizionali" quali la cinematica e la dinamica e della capacità di risolvere problemi in questi ambiti. Questa peculiarità verrà presa come uno stimolo e orienterà l'azione didattica a ricercare negli argomenti di matematica collegamenti e applicazioni al campo della fisica.

b) Prerequisiti

Nella trattazione degli argomenti che saranno oggetto della prova verranno date per acquisite le seguenti conoscenze/abilità:

- conoscere il piano cartesiano e il metodo delle coordinate;
- conoscere l'equazione di una retta nel piano cartesiano;
- saper disegnare una retta nel piano cartesiano dato il coefficiente angolare e il termine noto;
- conoscere il concetto di distanza punto-punto e punto-retta;
- saper eseguire le quattro operazioni e l'elevamento a (seconda) potenza con numeri interi e razionali.

c) Percorso di apprendimento

L'argomento oggetto della prova è stato affrontato per due moduli da cinquanta minuti.

Prima lezione:

- presentazione introduttiva in powerpoint, per contestualizzare e per motivare lo studio della parabola e delle equazioni di secondo grado:
 - immagini di oggetti dal profilo parabolico (parabole per telecomunicazioni, specchi parabolici);
 - traiettorie paraboliche (immagini di comete, getti d'acqua, immagini stroboscopiche di palloni che rimbalzano);
 - esempi di problemi riconducibili a equazioni di secondo grado (geometria, balistica, elettrotecnica...).
- definizione di parabola come sezione conica (slide e modello in legno);
- definizione di parabola come luogo geometrico:
 - attività percettivo-motoria sul concetto di equidistanza;
 - simulazione con il software Geogebra (ripresa nella seconda lezione)

Seconda lezione:

- formulazione rigorosa della definizione di parabola; definizione di fuoco, direttrice, vertice della parabola;
- la forma analitica della parabola: equazione in forma esplicita e grafici di funzioni quadratiche;
- esplorazione con il software Geogebra: discussione sulla dipendenza del grafico dal valore dei parametri e analogia con l'equazione della retta;
- scheda di esercitazione:
 - dedurre l'equazione della parabola dal suo grafico;
 - tracciare qualitativamente il grafico di funzioni quadratiche.

4. Tipologia e struttura della prova

Una particolarità della prova è che, pur essendo incentrata su un argomento di geometria analitica, essa non richiede allo studente l'applicazione di alcuna procedura di calcolo, se non nell'ultimo problema (e in piccolissima parte nell'item n°5).

In effetti la prova è stata collocata praticamente all'inizio della trattazione, prima di fornire agli studenti il bagaglio di formule indispensabili per trattare quantitativamente l'argomento.

Si è scelto infatti di saggiare la comprensione di concetti "qualitativi" che possano rimanere nel tempo e che possono fornire strumenti interpretativi utili alla comprensione di funzioni più complesse; di contro si ritiene che una trattazione da subito incentrata sull'utilizzo meccanico di formule "ad hoc" non avrebbe avuto la stessa valenza formativa.

L'aver fornito agli studenti del "minimo indispensabile" ha inoltre permesso di inserire nella prova due item (il 6 e il 7) che, pur essendo piuttosto scolastici, in questo contesto consentiranno di valutare le capacità di mobilitazione delle risorse in situazioni inattese.

a) Prima parte: conoscenze/abilità

La prima parte della prova, costituita di cinque item ad alta strutturazione, punta a rilevare il raggiungimento di obiettivi di apprendimento riconducibili a conoscenze e abilità piuttosto circoscritte.

- I primi due item fanno riferimento alla categoria cognitiva "ricordare" (la definizione di parabola come luogo geometrico e come conica): sono stati scelti perché riguardano la base concettuale dell'argomento e perché si focalizzano su aspetti che torneranno (in terza) nelle definizioni dell'ellisse e dell'iperbole.
- Il quarto item è un po' il cuore della prova. Esso fa riferimento alle categorie cognitive "analizzare" e "comprendere": mira a verificare la comprensione del significato di un'equazione quadratica e il ruolo che in essa giocano i coefficienti (in nuce quello che viene definito "senso del grafico").
- Il terzo item, estremamente banale, è stato inserito successivamente, come controllo. Eventuali errori nell'item 4, infatti, potrebbero essere sì dovuti a una non completa comprensione del *ruolo* dei coefficienti a , b , c nell'equazione della parabola, ma potrebbero anche nascere a monte, nella stessa *attribuzione dei valori* ai tre coefficienti. L'item 3, che mira proprio a testare questa abilità elementare di attribuire attraverso un confronto il valore corretto ai coefficienti, è a sua volta suddiviso in quattro punti: si va dal caso più banale (con tre coefficienti positivi), ai casi in cui alcuni coefficienti sono negativi, frazionari o nulli, fino al caso in cui i termini dell'equazione non sono ordinati per grado (in quest'ultimo caso, solo brevemente accennato in classe, entrano marginalmente in gioco anche strutture di interpretazione e di autoregolazione).
- Il quinto item implica l'esecuzione di una procedura utilizzata durante la lezione per tracciare il grafico richiesto. Ci si attende che la parabola abbia il vertice sull'asse delle ordinate e la concavità corretta; inoltre la curva deve essere simmetrica e passare per i punti $(-2,0)$ e $(2,0)$

VERIFICA DI MATEMATICA
la parabola e la sua equazione

Cognome e nome _____ Classe _____ Data _____

CONOSCENZE / ABILITA'

1) Completa la definizione di parabola:

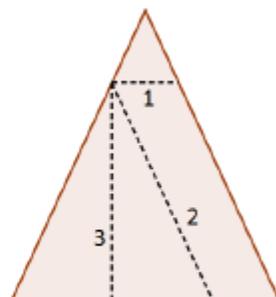
[1,5 pt]

La parabola è il luogo dei punti _____ da una retta (detta _____) e da un punto (detto _____)

2) In figura è indicato il profilo di una superficie conica.

Quale tra i "tagli" proposti definisce una parabola?

- 1 2 3
 sia 2 sia 3 nessuno dei tre



[0,5 pt]

3) Completa la tabella indicando i valori dei parametri a, b, c della parabola di equazione $y=ax^2+bx+c$

Equazione	a	b	c
$y = 4x^2 + 5x + 1$			
$y = -2x^2 + x + 2$			
$y = -x^2 + (3/2)x$			
$y = 5x - 1 - 4x^2$			

[0,5 pt]

[0,5 pt]

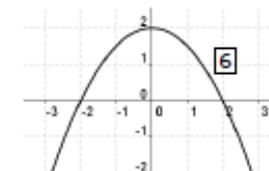
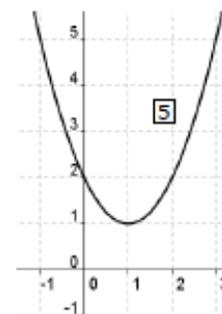
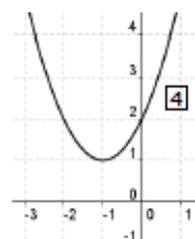
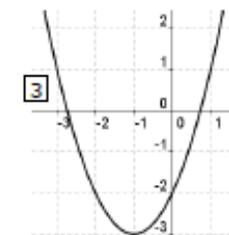
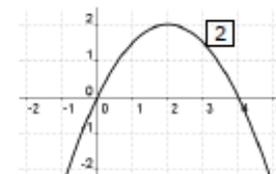
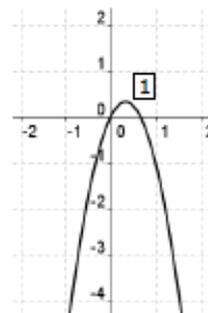
[0,5 pt]

[0,5 pt]

4) Associa ad ogni curva la rispettiva equazione

(NB: non tutte le equazioni corrispondono a uno dei grafici)

[2 pt]



$y = -(1/2)x^2 + 2$

$y = x^2 + 2x + 2$

$y = -3x^2 + 2x$

$y = x^2 - 2x + 2$

$y = -(1/2)x^2 + 2x$

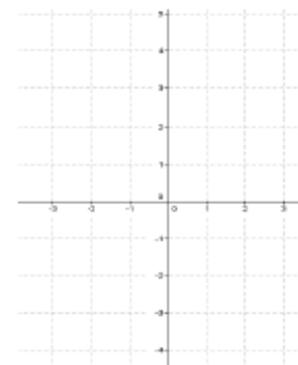
$y = -3x^2 + 2x + 2$

$y = 3x^2 + 2x$

$y = x^2 + 2x - 2$

5) Disegna la parabola di equazione $y = x^2 - 4$

[2 pt]



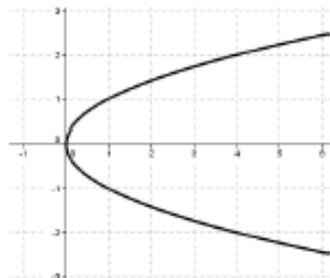
b) Seconda parte: competenze

VERIFICA DI MATEMATICA la parabola e la sua equazione

Cognome e nome _____ Classe _____ Data _____

COMPETENZE

6) La curva in figura è una parabola.
Sapresti scrivere la sua equazione?



Spiega quale ragionamento (o quale procedimento) hai seguito.

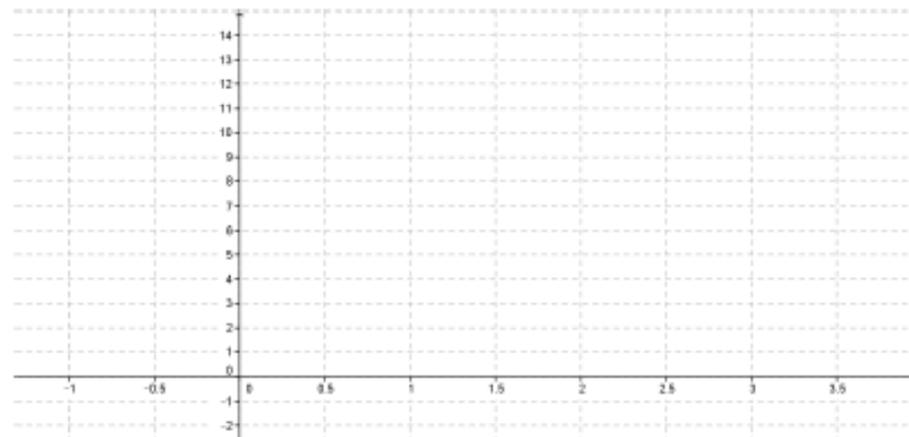
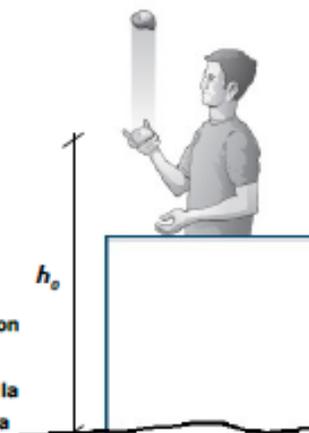
7) Il moto di una pietra lanciata verso l'alto è descritto con buona approssimazione dall'equazione

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + h_0$$

- g è l'accelerazione di gravità (circa 10 metri al secondo quadrato);
- v_0 è la velocità con cui la pietra lascia la mano;
- h_0 è l'altezza a cui si trova la mano rispetto al pavimento.

Immagina di essere tu a effettuare il lancio: aiutandoti con un grafico, stima

- quanto tempo passa tra l'istante in cui la pietra lascia la tua mano e l'istante in cui la pietra tocca terra (scegli una velocità v_0 tra 5 e 15 metri al secondo);
- l'altezza massima raggiunta dalla pietra.



5. Accorgimenti per la somministrazione

Prima di entrare in classe:

Stampare una copia della prova e aggiungere a penna le frecce e le lettere x e y agli assi cartesiani dei grafici, tranne a quello del problema n°7. Successivamente fare le fotocopie necessarie.

In classe:

Prima della distribuzione della prova indicare agli allievi le modalità di somministrazione: dire che la prova consiste di due parti: la prima contiene domande di teoria ed esercizi simili a quelli svolti in classe e verrà consegnata subito; la seconda parte, più complessa, verrà invece consegnata solo a chi avrà terminato la prima. E' previsto l'utilizzo della calcolatrice.

Dopo aver risposto a eventuali domande degli alunni la prima parte distribuire la prova (un singolo foglio A4 stampato fronte/retro).

Leggere le consegne degli esercizi ad alta voce, soprattutto per agevolare l'alunno DSA. La prova non è differenziata in quanto altamente strutturata, con caratteri e spazi ritenuti adeguati. Verrà eventualmente concesso più tempo per lo svolgimento se l'alunno lo richiede.

Gli alunni PEI verranno guidati nello svolgimento della prova dall'insegnante di sostegno.

Data la presenza di tre insegnanti (il tirocinante, il tutor e l'insegnante di sostegno) non sono previsti particolari accorgimenti per evitare irregolarità, a parte un'adeguata separazione dei banchi. Annunciare comunque una penalità per chi dovesse essere sorpreso a copiare.

Il tempo a disposizione per svolgere la prima parte della prova è indicativamente di 20 minuti.

Al termine dei venti minuti consegnare la seconda parte della prova (un singolo foglio A4 stampato fronte/retro) a chi ne fa richiesta; contestualmente ritirare il primo foglio.

Per la prima parte non dare alcun suggerimento se non legato all'interpretazione della consegne. Nella seconda parte porre eventualmente domande guida nel caso osservasse un'empasse generalizzato (tipo: <<Cos'ha di diverso il grafico [del problema 6] rispetto a quelli che abbiamo visto finora?>> oppure <<Che tipo di relazione c'è tra la variabile t e la variabile y [nel problema 7]?>>)

6. Criteri di valutazione e matrici di correzione

I punteggi attribuiti ai singoli item sono stati assegnati non sulla base della loro difficoltà, ma pensando a quale sia il bagaglio di conoscenze minimo che possa permettere all'alunno di proseguire nella trattazione dell'argomento, eventualmente colmando strada facendo le piccole lacune emerse (livello della sufficienza).

Per questo motivo agli item 1 e 3 è stato attribuito un punteggio piuttosto alto se confrontato con quelli dell'item 4, più difficile: infatti, non saper rispondere almeno parzialmente agli item 1 e 3 significa non aver studiato oppure non aver compreso concetti semplici ma fondamentali, necessari ma non sufficienti al raggiungimento di un livello appena accettabile. L'item 5 dovrebbe permettere di rimediare a eventuali "sviste" negli item precedenti; oppure bilanciare un insufficiente studio (errori negli item 1 e 2) con una discreta abilità procedurale; oppure migliorare un risultato sufficiente/discreto raggiunto con gli item precedenti.

I problemi 6 e 7 infine, sono pensati per discriminare tra un livello discreto/ottimo e l'eccellenza; essi hanno un punteggio relativo estremamente basso rispetto alla loro difficoltà.

ITEM	CORRETTORE	PUNTEGGI
1	equidistanti, direttrice, fuoco	0,5 pt per ogni termine corretto inserito al posto corretto 0 per ogni termine errato o non inserito
2	risposta 2	0,5 pt in caso di risposta esatta 0 in caso di risposta errata o non data
3.1	4, 5, 1	0,5 pt ogni risposta esatta (3 su 3)
3.2	-2, 1, 2	0 pt: risposta errata (2 su 3 o meno) o non data
3.3	-1, 3/2, 0	dimezzamento del punteggio se compare l'incognita x
3.4	-4, 5, -1	insieme al valore del coefficiente

ITEM	CORRETTORE	PUNTEGGI
4	(per righe) 6, 4, 1, 5, 2, /, /, 3	0,25 pt per ogni abbinamento corretto (compresa esclusione dei distrattori)
5	simmetria	0,5 pt
	concavità verso l'alto	0,5 pt
	vertice in (0,-4)	0,5 pt
	passa per (-2,0) e (2,0)	0,5 pt

ITEM 6	Base [0.2-0.4 pt]	Intermedio [0.4-0.7 pt]	Avanzato [0.7-1 pt]
Risorse	Conosce l'espressione analitica di una parabola. Sa estrarre le coordinate dei punti dal grafico di una funzione.	Conosce l'espressione analitica di una parabola. Sa estrarre le coordinate dei punti dal grafico di una funzione.	Conosce l'espressione analitica di una parabola. Sa estrarre le coordinate dei punti dal grafico di una funzione.
Strutture di interpretazione	1) Coglie il fatto che la curva si può ottenere da una parabola di equazione nota ruotandola di 90°; oppure 2) che si può giungere alla soluzione cercando la relazione che lega la variabile x alla variabile y	1) Coglie il fatto che la curva si può ottenere da una parabola di equazione nota ruotandola di 90°; oppure 2) che si può giungere alla soluzione cercando la relazione che lega la variabile x alla variabile y	1) Coglie il fatto che la curva si può ottenere da una parabola del tipo $y=ax^2$ scambiando l'asse x con l'asse y (simmetria rispetto alla bisettrice del 1° e 3° quadrante); oppure 2) che si può giungere alla soluzione cercando la relazione che lega la variabile x alla variabile y
Strutture di azione	Non traduce in azione la sua interpretazione o lo fa in modo incoerente.	1) Scrive l'equazione di una parabola con asse verticale e vertice nell'origine e scambia la lettera x con la lettera y; oppure 2) estrapola la regola che lega le variabili x e y. Spiega il procedimento svolto in maniera non molto precisa.	1) Scrive l'equazione della parabola $y=ax^2$ e scambia la lettera x con la lettera y; oppure 2) estrapola la regola che lega le variabili x e y. Spiega il procedimento svolto in maniera precisa.
Strutture di autoregolazione	/	Dà giustificazioni abbastanza coerenti, ma non coglie eventuali errori nella formula proposta.	Verifica eventuali incongruenze della soluzione proposta; ne verifica per punti la correttezza oppure (se ha espresso il risultato con una radice quadrata) si pone il problema del segno di y.

ITEM 7	Base [0.3-0.6 pt]	Intermedio [0.6-1 pt]	Avanzato [1-1.5 pt]
Risorse	Conosce l'espressione analitica di una parabola.	Conosce l'espressione analitica di una parabola. Sa tracciare per punti il grafico di una parabola. Sa effettuare somme, sottrazioni, moltiplicazioni e elevamento a potenza servendosi di una calcolatrice.	Conosce l'espressione analitica di una parabola. Sa tracciare per punti il grafico di una parabola. Sa effettuare somme, sottrazioni, moltiplicazioni e elevamento a potenza servendosi di una calcolatrice.
Strutture di interpretazione	Coglie il fatto che l'equazione fornita è quella di una parabola con asse verticale e concavità verso il basso. Coglie il fatto che il problema richiede di sostituire dei valori ai parametri dell'equazione data.	Coglie il fatto che l'equazione fornita è quella di una parabola con asse verticale e concavità verso il basso. Coglie il fatto che la variabile indipendente è un tempo e non una distanza, ma che ciò è influente sul piano formale. Coglie il fatto che il problema richiede di fare scelte plausibili sul valore dei parametri e di sostituire tali valori nell'equazione data.	Coglie il fatto che l'equazione fornita è quella di una parabola con asse verticale e concavità verso il basso. Coglie il fatto che la variabile indipendente è un tempo e non una distanza, ma che ciò è influente sul piano formale. Coglie il fatto che il problema richiede di fare scelte plausibili sul valore dei parametri e di sostituire tali valori nell'equazione data.
Strutture di azione	Riscrive l'equazione sostituendo dei valori numerici al posto dei parametri.	Riscrive l'equazione sostituendo i valori scelti per i parametri. Applica le procedure (matematiche) note per tracciare qualitativamente il grafico.	Riscrive l'equazione sostituendo i valori scelti per i parametri. Applica le procedure (matematiche) note per tracciare qualitativamente il grafico. Individua sul grafico le informazioni richieste.
Strutture di autoregolazione	/	Verifica la coerenza del grafico con l'equazione, ma non la coerenza del risultato.	Valuta la coerenza "fisica" del grafico ottenuto. Verifica la correttezza della quota massima e del tempo di caduta stimati. Valuta se i valori stimati sono accettabili.

Il punteggio ottenibile nella prova varia da 0 a 10.5 e non si ritiene necessario applicare particolari algoritmi per convertire il punteggio in voto:

- eventuali punteggi inferiori a 2 corrisponderanno al voto 2 (minimo previsto dal POF dell'istituto);
- punteggi superiori a 10 verranno arrotondati a 10;
- negli altri casi il punteggio, arrotondato alla mezza unità più vicina, corrisponderà al voto.

Per gli alunni con PEI, per i quali si ritiene che gli item 6 e 7 siano realisticamente fuori portata, il voto sarà ottenuto sommando 2 punti al punteggio ottenuto nella prova. La valutazione sarà comunque mediata dalle considerazioni dell'insegnante di sostegno.

I risultati conseguiti negli item 6 e 7 potranno, a discrezione del docente tutor, confluire nella valutazione per la certificazione delle competenze in uscita dell'obbligo di istruzione.

7. Resoconto della somministrazione e risultati

La prova è stata somministrata il 24 aprile 2013 a un gruppo di 16 alunni: il 17° (PEI) risultava infatti assente.

Un imprevisto cambio d'aula ha ritardato di circa 5 minuti le operazioni di somministrazione. Dopo che gli allievi hanno preso autonomamente posto ai nuovi banchi, il docente tutor ha provveduto a cambiare di posto a due di loro. Gli allievi si sono subito mostrati particolarmente in apprensione, soprattutto lamentando la scarsa preparazione alla prova, a loro dire prematura. Dopo aver ottenuto le rassicurazioni del caso, le operazioni si sono svolte come previsto nel paragrafo 5.

La reazione degli allievi alla consegna della prima parte della prova è stata positiva e ci sono state solo poche richieste di chiarimento relative agli item 2 e 3.

Uno degli allievi ha richiesto la seconda parte della prova dopo circa 10 minuti dalla consegna della prima; dopo altri 15 minuti quasi tutti avevano ricevuto la seconda parte.

Alcuni alunni, dopo aver letto i problemi 6 e 7, hanno chiesto di poter consegnare in bianco: è stato risposto loro di rileggere attentamente i quesiti e di ragionare, ribadendo che si trattava di concetti alla loro portata. A 20 minuti dal termine sono state proposte alcuni stimoli per interpretare i due quesiti, ma girando tra i banchi ho notato che solo pochi allievi che avevano cominciato a rispondere di propria iniziativa stavano giungendo a conclusioni accettabili.

La prova è terminata regolarmente con la consegna di tutti gli elaborati al suono della campanella, quindi circa 40 minuti dopo la consegna.

Di seguito vengono riportati i risultati, item per item, di ciascun allievo.

Ai fini dell'analisi dei dati si è ritenuto interessante scorporare i risultati dell'item 3.

	ITEM											PUNTEGGIO	VOTO	
	1	2	3				4	5	6	7				
			1	2	3	4								
ALLIEVO	1	1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2	1,5	0	0	7,00	7	
	2	0,5	0	0,25	0,25	0	0,25	2	1,5	0,4	0	5,15	5	
	3	1,5	0,5	0,5	0	0,5	0	2	2	1	1	9,00	9	
	4	1,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0	2	2	1	1	9,50	9,5	
	5	1,5	0	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	2	0	0	7,00	7	
	6	1,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,5	1,5	0,7	0,6	8,30	8,5	
	7	1,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0	2	1	0	0	6,50	6,5	
	8	1,5	0	0,5	0,0	0,5	0,5	1,5	1,5	0	0	6,00	6	
	9	1,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0	1,5	1,5	0,4	0,0	6,90	7	
	10	1,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2	1,5	0,8	0	8,30	8,5	
	11	1,5	0	0,5	0,5	0	0	2	1	0	0	5,50	5,5	
	12	1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1,25	1	0,2	0	5,95	6	
	13	1,5	0	0,5	0,5	0,5	0	2	1,5	0	0	6,50	6,5	
	14	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
	15	1	0	0,25	0,25	0,25	0	0,75	1,5	0	0	4,00	6*	
	16	1,0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2	2	1	0	8,50	8,5	
	17	1,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2	1	0	0	7,00	7	

8. Analisi dei dati

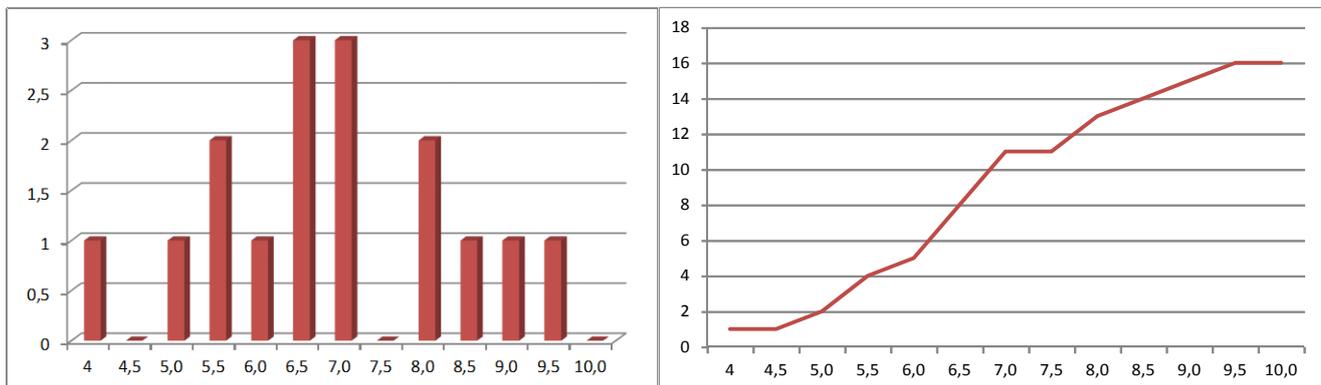
a. Statistiche

Qui sotto è riportata la distribuzione di frequenza corrispondente alla matrice dei punteggi.

I punteggi sono raggruppati in classi di ampiezza 0.5: ad esempio, la classe relativa al punteggio 5.5 conta tutti i punteggi compresi tra 5.50 e 5.99.

Punteggio grezzo	Frequenza semplice	Percentuale semplice	Frequenza cumulata	Percentuale cumulata
4	1	6,3%	1	6,3%
4,5	0	0,0%	1	6,3%
5,0	1	6,3%	2	12,5%
5,5	2	12,5%	4	25,0%
6,0	1	6,3%	5	31,3%
6,5	3	18,8%	8	50,0%
7,0	3	18,8%	11	68,8%
7,5	0	0,0%	11	68,8%
8,0	2	12,5%	13	81,3%
8,5	1	6,3%	14	87,5%
9,0	1	6,3%	15	93,8%
9,5	1	6,3%	16	100,0%
10,0	0	0,0%	16	100,0%

Di seguito vengono anche riportati i grafici relativi alle frequenze semplici (diagramma a barre) e alle frequenze cumulate (ogiva).



Gli indici statistici della distribuzione dei punteggi sono riassunti nella tabella seguente:

Moda	7,00
Mediana	6,95
Media	6,94
Scarto tipo	1,44

b. Analisi degli item

L'analisi degli item della prova ha dato i risultati riassunti nella seguente tabella:

	ITEM									
	1	2	3				4	5	6	7
			1	2	3	4				
ID	0,88	0,63	0,94	0,81	0,84	0,53	0,88	0,75	0,32	0,13
IS	0,40	0,80	0,40	0,40	0,60	0,20	0,40	0,60	1,00	0,60
IA	0,35	0,50	0,38	0,33	0,51	0,11	0,35	0,45	0,32	0,08
PD	0,86	0,94	0,44	0,75	0,61	1,00	0,94	0,75	0,86	0,61

ID= indice di difficoltà

IS= indice di selettività

IA= indice di affidabilità

PD= potere discriminante

[Rif.: R. Trinchero - "Valutare l'apprendimento nell'E-learning – Erickson, 2006]

Per la valutazione dell'Indice di selettività e del Potere discriminante degli item sono stati applicati criteri dicotomici diversi:

item 1,2,3: punteggio pieno=risposta corretta; punteggio parziale o nullo=risposta errata;

item 4,5: punteggio pari o superiore a 1.5=risp. corretta; punteggio inferiore a 1.5=risp. errata;

item 6,7: punteggio pari o superiore a 0.5=risp. corretta; punteggio inferiore a 0.5=risp. errata.

Dall'analisi degli item emerge che la prova si può definire mediamente facile (gli item 1,3,4,5 hanno un indice di difficoltà addirittura uguale o maggiore di 0.75) con due quesiti estremamente difficili (il 6 e soprattutto il 7).

Il dato probabilmente più positivo è quello che emerge dal Potere discriminante, con valori piuttosto alti ad eccezione di quelli degli item 3.1 e 7 (rispettivamente il più facile e il più difficile).

Gli indici di selettività sono invece medio-bassi (ad eccezione di quelli dell'item 2 e dell'item 6, che al contrario risultano estremamente selettivi): gli indici di affidabilità risultano di conseguenza livellati verso il basso e non vanno oltre il valore di 0.51.

Siccome la prova mira a verificare l'acquisizione (sperabilmente da parte di tutti) di conoscenze/abilità di base su di un argomento estremamente ridotto, dando però la possibilità di emergere ai più "competenti" tramite l'inserimento di due item "imprevisti", direi che è fisiologico che il risultato $N_m - N_p$ (numeratore dell'Indice di selettività) sia mediamente basso per gli item che volevano saggiare proprio il raggiungimento degli obiettivi di base.

Ciò detto, in una riproposizione della prova opterei per aumentare almeno il livello di difficoltà dell'item numero 4 che, essendo come ho detto in precedenza [Par. 4] il punto nodale della prova, deve in qualche modo essere reso più selettivo, per esempio aumentando il numero di parabole presentate e il numero di distrattori.

Altri spunti possono venire dall'analisi delle correlazioni tra item

ITEM	1	2	31	32	33	34	4	5	6	7
1	1	0,2	0,7	0,1	0,5	-0,2	0,1	0	0,1	0,2
2		1	0,5	0,3	0,6	0,2	0,3	0	0,5	0,4
31			1	0,3	0,7	0,2	0,4	0	0,1	0,2
32				1	0,1	0,1	0,2	-0,3	-0,1	-0,2
33					1	0,3	0	0,3	0,2	0,2
34						1	-0	0	-0,1	-0,2
4							1	0,1	0,3	0,2
5								1	0,6	0,6
6									1	0,8
7										1

Una cosa interessante è l'alta correlazione esistente tra gli item 5, 6 e 7. Ora, se quella tra 6 e 7 era abbastanza prevedibile, più difficile è spiegare quella con l'item 5, che nelle intenzioni voleva essere meramente applicativo e invece risulta essere praticamente scorrelato dagli altri item "di base" e ben correlato con gli item che richiedono processi cognitivi superiori.

Un'altra cosa che si nota è l'anticorrelazione tra gli item 3.2 e 3.4 e gli item 6 e 7. Questa si spiega abbastanza facilmente con una sottovalutazione degli item di tipo 3 da parte degli alunni più sicuri di sé: rispondendo di getto a quel tipo di esercizi (oggettivamente elementari a patto di prestare un minimo di attenzione) è infatti possibile incappare in sviste che portano a sbagliare un segno o a non notare che l'ordine dei termini di grado due, uno e zero non è quello canonico.

Inoltre, a priori mi sarei aspettato una maggiore correlazione tra gli item 3 e l'item 4, visto che negli item di tipo 3 gli allievi dovrebbero dimostrare di saper scrivere correttamente i coefficienti della funzione quadratica, e nel 4 di saperli utilizzare per interpretare un grafico. L'assenza di una correlazione significativa, unita al fatto che complessivamente ci sono stati più errori nell'item 3 che nell'item 4, potrebbe indicare che gli allievi hanno compreso la relazione tra coefficienti e grafico, perciò si rendono conto di un errore nell'attribuzione dei coefficienti quando questo porta a risultati contraddittori nell'abbinamento con il grafico, ma se non devono verificare questo abbinamento "tirano dritti" senza fare alcun controllo. Questa superficialità nell'attribuzione dei valore esatti ai coefficienti (il più delle volte si tratta di un errore sul segno) potrebbe costituire un problema nel seguito dell'attività didattica che prevede una presenza massiccia dei coefficienti nelle formule.

9. Indicazioni per il recupero

Sulla base dei risultati ottenuti nella prova non emergono particolari esigenze per il recupero.

Le insufficienze registrate non sono gravi e sembrano denotare un insufficiente studio delle definizioni piuttosto che particolari problemi di comprensione.

Ad ogni modo la prova è stata ripresa e corretta in classe puntualizzando e correggendo gli errori più comuni; in particolare si è invitato a prestare maggiore attenzione ad attribuire il segno corretto ai tre coefficienti della funzione quadratica.

La programmazione successiva procederà come programmato prima della prova, cercando di prestare attenzione affinché chi ha raggiunto in questa prova risultati meno che discreti rimanga al passo con il resto della classe.

10. Autoriflessione

Da questa esperienza ho imparato quanto sia importante progettare con criterio una prova che miri a verificare il raggiungimento di determinati obiettivi, non tanto per il fatto di definire rigorosamente l'aspetto prettamente valutativo, quanto piuttosto perché la riflessione necessaria alla definizione e alla "quantificazione" di tali obiettivi finisce per fornire una guida preziosa in grado di condizionare in senso positivo l'azione didattica.

Rispetto alla somministrazione sono rimasto un po' deluso dall'atteggiamento passivo di alcuni ragazzi, sempre diligenti e preparati, di fronte alla sfida che veniva proposta loro dagli ultimi item, laddove compagni solitamente meno preparati si sono subito ingegnati a cercare soluzioni.

Riguardo all'analisi dei dati mi sono reso conto che l'attribuzione di punteggi frazionari, su una scala pressoché continua, si è rivelata una scelta poco felice in quanto ha reso l'analisi più farraginoso del dovuto. Anche i criteri che ho utilizzato per dicotomizzare gli esiti degli item, per quanto mi appaiano ragionevoli, mi rendo conto che possano sembrare artificiosi o arbitrari; in questo senso mi consola il fatto che avendo provato ad applicare altri criteri sono giunto grosso modo agli stessi risultati.

Riguardo ai risultati della prova mi ritengo soddisfatto, ma se dovessi ripercorrere il cammino, a parte il fatto che come ho già detto cambierei le modalità di attribuzione dei punteggi, soprattutto proverei a dare maggior fiducia agli allievi aumentando leggermente il livello di difficoltà della prova, o almeno degli item 4 e 5.

Sul piano della ricchezza di contenuti e della validità della prova proposta come strumento per testare il raggiungimento di obiettivi che coinvolgano diversi processi cognitivi, mi sembra che il lavoro che ho svolto regga dignitosamente il confronto con analoghi lavori dei miei colleghi.