Corso di DOCIMOLOGIA
TFA classe A047 2012/2013
Docente: Trinchero Roberto

ANALISI DI UNA PROVA DI VALUTAZIONE DI STATISTICA DESCRITTIVA

Studenti: Mattei Monica e Vesco Lucia

1. Destinatari della prova, prerequisiti e percorso di apprendimento

- Destinatari e percorso di apprendimento

La prova di verifica presa in esame è stata somministrata nel mese di Maggio 2013 in una classe quarta ginnasio del Liceo Classico Gioberti. La classe risulta formata da 20 studenti, di cui 14 ragazze e 6 ragazzi. Non sono presenti studenti con disturbi specifici dell'apprendimento o portatori di handicap.

L'intervento didattico svolto durante le ore di tirocinio ha riguardato l'introduzione alla Statistica descrittiva.
L'approccio utilizzato è stato di tipo laboratoriale con l'utilizzo di Excel.
L'attività è stata strutturata in 5 lezioni, della durata di un'ora ciascuna, svolte in Aula informatizzata, dove i ragazzi hanno affrontato i vari passi di una indagine statistica.
In ogni lezione gli studenti hanno lavorato a coppie, guidati da una scheda fornita loro. Alla fase esperienziale è seguita l'analisi e la discussione del lavoro svolto, infine la formalizzazione dei contenuti.
A seguire, si sono svolte 3 lezioni in cui sono stati somministrati ai ragazzi degli esercizi, la maggior parte dei quali tratti da esercizi in preparazione alle Prove Invalsi o dalle Prove Invalsi stesse, per rafforzare conoscenze ed abilità. Gli esercizi sono stati svolti in maniera individuale e i risultati discussi e commentanti collettivamente, con l'aiuto dell'insegnante.

- Prerequisiti per sostenere la prova

- Grafici: diagramma a barre e diagramma a torta
- Tabelle di frequenza
- Indici statistici centrali: media aritmetica, moda e mediana
- Frequenza: assoluta, relativa e relativa percentuale
- Scarto quadratico medio

2. Obiettivi di apprendimento ed esplicitazione di indicatori e item

Obiettivo di apprendimento	**Classificazione di Anderson & Krathwohl**	**Indicatori/Descrittori**	**Item della prova**
Saper leggere un diagramma a barre	Comprendere - Interpretare	Determina il numero totale dei partecipanti al torneo	1a
Calcolare la media aritmetica	Ricordare – Rievocare Applicare - Eseguire	Calcola l'età media dei partecipanti	1b
Calcolare la mediana	Ricordare – Rievocare Applicare - Eseguire	Calcola l'età mediana dei partecipanti	1c
Determinare la moda	Ricordare – Rievocare	Determina la moda	1d
Ricavare un valore percentuale	Ricordare – Rievocare Applicare - Eseguire	Risolve una proporzione	1e

Calcolare la media aritmetica	Ricordare – Rievocare Applicare - Eseguire	Calcola il valore medio della distribuzione	2a
Calcolare la mediana	Ricordare – Rievocare Applicare - Eseguire	Calcola il valore mediano	2b
Calcolare la moda	Ricordare – Rievocare	Determina la moda	2c
Calcolare lo scarto quadratico medio	Ricordare – Rievocare Applicare – Eseguire	Calcola lo scarto quadratico medio	2d
Saper dimostrare le proprietà della media e della mediana	Ricordare – Rievocare Analizzare – Differenziare Creare - Generare Analizzare - Organizzare Valutare – Controllare	Dimostra le proprietà della media e della mediana	3a 3b
Saper sommare e sottrarre valori percentuali	Applicare – Eseguire	Determina la percentuale di studenti che hanno preso 6	4a
Ricavare il numero di elementi del campione		Risolve una proporzione	
Ricavare le frequenze assolute dalle frequenze percentuali	Ricordare – Rievocare Applicare – Eseguire Analizzare – Organizzare	Costruisce la tabella delle frequenze assolute	4b
Saper sommare e sottrarre valori percentuali	Applicare - Eseguire	Determina la percentuale di alunni che non hanno raggiunto la sufficienza	4c
Saper sommare correttamente frequenze assolute	Applicare - Eseguire	Determina il numero di studenti con voto superiore al 6	4d
Calcolare la media aritmetica	Ricordare – Rievocare Applicare - Eseguire	Calcola il valore medio	4e
Calcolare la mediana	Ricordare – Rievocare Applicare - Eseguire	Calcola il valore mediano	4f
Tradurre un problema in linguaggio matematico	Comprendere - Interpretare	Scrive l'equazione che descrive il problema	5
Risolvere un'equazione di primo grado	Applicare – Eseguire	Risolve l'equazione di primo grado	

3. Tipologia e struttura della prova

La prova di verifica è costituita da 5 esercizi che utilizzano strumenti semistrutturati (es. 1, 2, 3b, 4, 5) e strutturati (es. 3a).
Gli esercizi 1, 2 e 4 vogliono valutare le conoscenze e le abilità degli studenti nell'elaborazione di dati a partire dalla lettura di un grafico o di una tabella, mentre gli esercizi 3 e 5 richiedono una riflessione sugli indici centrali.

Ritenendo più utile, al fine della comprensione dell'argomento, presentare ai ragazzi un quadro d'insieme dell'indagine statistica, si è deciso di non utilizzare prove in itinere; pertanto la prova ha carattere sommativo.

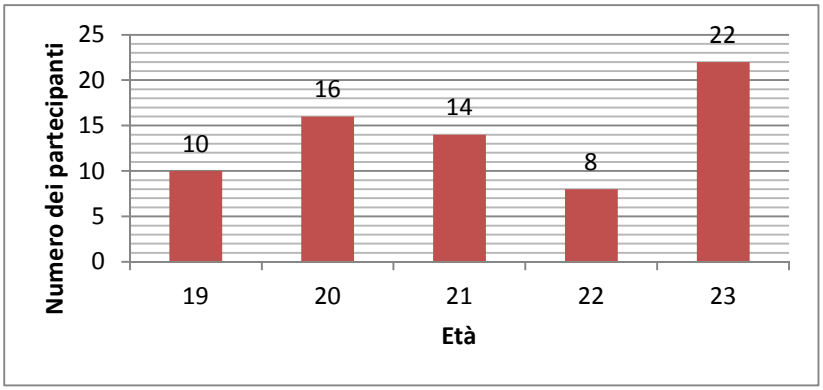
Si è comunque monitorato costantemente il processo di apprendimento degli allievi attraverso l'approccio laboratoriale e i diversi esercizi svolti in classe durante le lezioni.

4. Prova di verifica e correttore

- Verifica

Esercizio 1
Il diagramma a barre qui sotto rappresenta la distribuzione di frequenze dell'età dei giocatori partecipanti a un torneo.

A. Qual è il numero complessivo dei partecipanti al torneo?
B. Qual è l'età media dei partecipanti?
C. Qual è l'età mediana?
D. Quale età rappresenta la moda della distribuzione?
E. Qual è la percentuale dei partecipanti aventi più di 20 anni?



Esercizio 2
Si è lanciato 20 volte un dado. La seguente tabella riporta i risultati ottenuti.

Numero della faccia	1	2	3	4	5	6
Frequenza assoluta	6	2	4	3	4	1

Determina:

A. Il valore medio della distribuzione
B. Il valore mediano
C. La moda
D. Lo scarto quadratico medio

Esercizio 3
La media dei voti ottenuti in un compito in classe è stata 6 e la mediana 5,5. Il professore decide di alzare tutti i voti di mezzo punto. Allora:

A. La media resta invariata e la mediana aumenta di 0,5
B. Le media aumenta di 0,5 e la mediana resta invariata
C. Sia le media sia la mediana restano invariate

D. Sia la media sia la mediana aumentano di 0,5

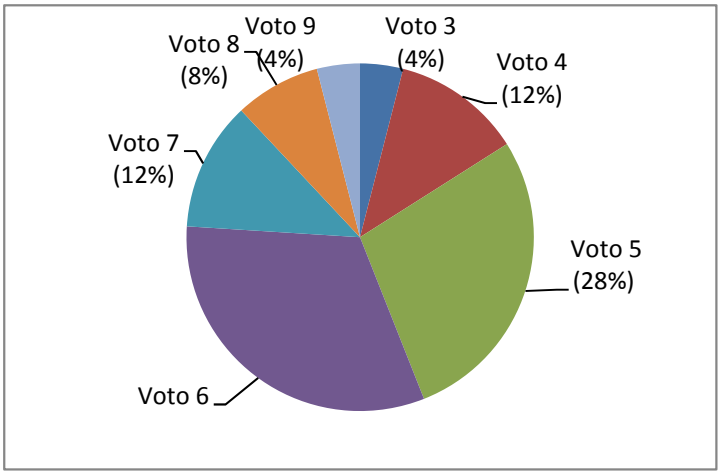
Motivare la risposta con un esempio inventato:

……

……

Esercizio 4

Il diagramma a torta qui sotto rappresenta i voti conseguiti nella verifica scritta di matematica dagli alunni della classe III N.



Gli alunni che hanno preso 6 sono stati in tutto 8.

A. Da quanti alunni è costituita la classe?
B. Scrivere la tabella delle frequenze assolute
C. Qual è la percentuale di alunni che non hanno ottenuto la sufficienza?
D. Quanti alunni hanno preso un voto maggiore della sufficienza?
E. Qual è il voto medio conseguito dagli alunni della classe in quella verifica?
F. Qual è il voto mediano conseguito dagli alunni della classe in quella verifica?

Esercizio 5

La media aritmetica di quattro numeri naturali consecutivi è uguale a 12,5. Qual è il più piccolo di essi?

- ## Correttore

Esercizio 1

1. a 10 + 16 + 14 + 8 + 22 = 70 partecipanti

1. b media = $\frac{19\cdot 10+20\cdot 16+21\cdot 14+22\cdot 8+23\cdot 22}{70}=\frac{1486}{70}=21{,}23$ → età media = 21

1.c mediana = 21

1.d moda = 23

1.e (14 + 8 + 22) : 70 = *x* : 100 da cui $x \cong 63\%$

Esercizio 2

2.a media = $\dfrac{1\cdot 6+2\cdot 2+3\cdot 4+4\cdot 3+5\cdot 4+6\cdot 1}{6+2+4+3+4+1}=\dfrac{60}{20}=3$

2.b mediana = 3

2.c moda = 1

2.d
scarto quadratico medio =

$$=\sqrt{\frac{6\cdot(1-3)^2+2\cdot(2-3)^2+4\cdot(3-3)^2+3\cdot(4-3)^2+4\cdot(5-3)^2+1\cdot(6-3)^2}{20}}=$$

$$=\sqrt{\frac{24+2+3+16+9}{20}}=\sqrt{\frac{54}{20}}=\sqrt{2{,}7}=1{,}64$$

Esercizio 3
D
Esempio:
voti 4 5,5 8,5 media = 6 mediana = 5,5
aumento di 0,5
voti 4,5 6 9 media = 6,5 mediana = 6

Esercizio 4
4.a percentuale alunni che hanno preso 6:

$$100\% - (4\% + 12\% + 28\% + 12\% + 8\% + 4\%) = 100\% - 68\% = 32\%$$

8 : *x* = 32 : 100 da cui *x* = 25 studenti

4. b

Voto	3	4	5	6	7	8	9
Frequenza assoluta	1	3	7	8	3	2	1

4.c 4% + 12% + 28% = 44%

4.d 24 : 100 = *x* : 25 da cui *x* = 6 studenti

4.e media = $\dfrac{3\cdot 1+4\cdot 3+5\cdot 7+6\cdot 8+7\cdot 3+8\cdot 2+9\cdot 1}{25}=\dfrac{144}{25}=5{,}76$

4.f mediana = 6

Esercizio 5

$$\frac{x+(x+1)+(x+2)+(x+3)}{4}=12{,}5 \quad \rightarrow \quad \frac{4x+6}{4}=12{,}5 \quad \rightarrow \quad x=12{,}5-1{,}5=11$$

5. Accorgimenti per la somministrazione della prova

Il tempo previsto per lo svolgimento della prova è di 60 minuti e sarà data agli allievi la possibilità di usare la calcolatrice, in quanto ciò che si vuole andare a valutare non è la loro abilità di calcolo.
La data è stata concordata con gli allievi con una decina di giorni d'anticipo, in modo che ciascuno potesse organizzare un ripasso diluito nel tempo. La lezione precedente la verifica è stato svolto un ripasso di due ore in piccoli gruppi: ad ogni gruppo è stato assegnato il compito di costruire un esercizio di tipologia ed argomento assegnati. Durante la seconda ora ciascun gruppo ha provato a risolvere gli esercizi degli altri gruppi e si è poi vista la correzione insieme all'insegnante.

È stato ricordato ai ragazzi che il giorno della prova i banchi saranno separati per consentire uno svolgimento della verifica il più possibile individuale; è stato inoltre raccomandato loro di non dimenticare foglio protocollo, calcolatrice, penna non cancellabile, matita, gomma e righello.
Gli alunni assenti il giorno della prova recupereranno la verifica la lezione successiva.

6. Criteri di valutazione e regole di assegnazione del punteggio

Il punteggio massimo raggiungibile è 16.
E' stato assegnato un punteggio a ogni singolo punto di ciascun item, come si può osservare nella griglia di valutazione qui di seguito, al fine di rendere più precisa la valutazione degli apprendimenti.
Nell'assegnazione del punteggio si è tenuto conto della difficoltà di ciascuna richiesta.

Esercizio	1a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	4c	4d	4e	4f	5
Punteggio massimo	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1	0,5	1	1	1	0,5	0,5	1	1	1

Il Dipartimento ha deciso che il voto minimo sia 2 e il voto massimo 10 (con la possibilità di usare i quarti di voto) e che la sufficienza venga raggiunta con un punteggio pari al 50% del punteggio massimo ottenibile (in questo caso con 8 punti).
Pertanto, dopo aver calcolato il punteggio ottenuto da ciascuno studente, si è utilizzata la seguente formula di conversione per attribuire i voti:

$$\text{Voto: } 6 + 4\,\frac{\text{punteggio attribuito-punteggio sufficiente}}{\text{punteggio massimo- punteggio sufficiente}}$$

7. Resoconto somministrazione

Il giorno in cui è stata somministrata la prova c'erano 2 assenti (che recupereranno la verifica durante la lezione successiva) e pertanto il numero di elaborati è 18.
Sono stati separati i banchi ed è stato permesso tenere soltanto foglio protocollo, calcolatrice, penna non cancellabile, matita, gomma e righello.
E' stata consegnata una fotocopia del testo della prova a ciascun ragazzo con l'indicazione di svolgere tutti gli esercizi, tranne il numero 3, sul foglio protocollo.
La prova è stata letta ad alta voce dall'insegnante, sono stati chiariti alcuni dubbi sull'arrotondamento dei risultati ed è stato esplicitamente richiesto di motivare il procedimento seguito.
Si è fatta osservare la presenza della griglia di valutazione al fondo del testo della verifica e si è ricordato che per raggiungere la sufficienza è necessario totalizzare almeno 8 punti.

Durante lo svolgimento non è stato permesso uscire dalla classe; gli allievi hanno lavorato in silenzio e non hanno avuto possibilità di comunicare tra loro in quanto sorvegliati dall'insegnante.
Il tempo effettivamente impiegato per lo svolgimento della prova è stato di 60 minuti; un buon numero di allievi ha utilizzato tutto il tempo messo a disposizione mentre qualcuno ha consegnato 10-15 minuti prima.

8. Analisi statistica dei dati

- Tabella dei punteggi

Si riporta di seguito la tabella dettagliata dei punteggi conseguiti da ciascun alunno per ogni item, il punteggio totale ed il corrispondente voto assegnato.

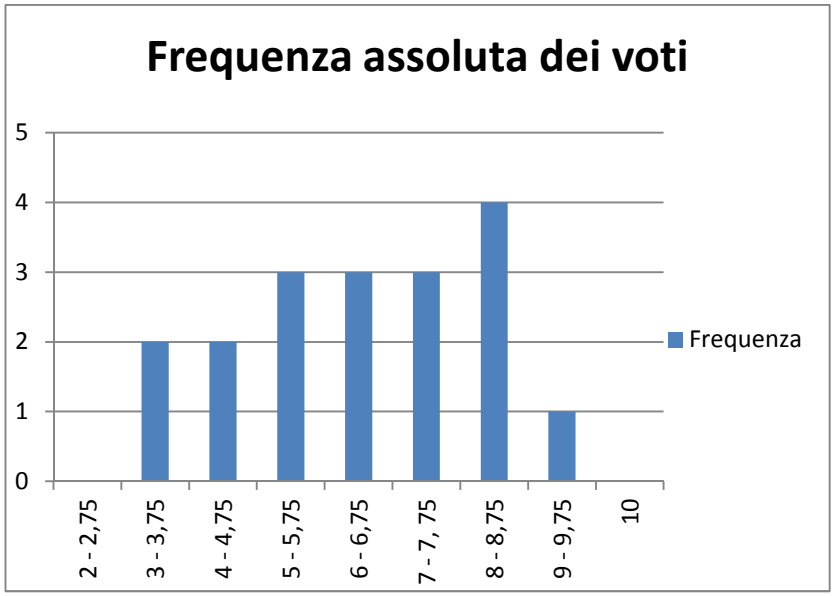
	1a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	4c	4d	4e	4f	5	Totale	Voto non arrotondato	Voto arrotondato
Punteggio pieno	**1**	**1**	**1**	**0,5**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0,5**	**1**	**1**	**1**	**0,5**	**0,5**	**1**	**1**	**1**	**16**	**10**	**10**
Alunno 1	1	1	0	0,5	0	1	0	1	0	0,5	0,5	0	0	0,25	0	0	0	0,75	6,5	5,25	5,25
Alunno 2	0	0	0,5	0	0	1	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0,5	2,5	3,25	3,25
Alunno 3	1	0,5	0,5	0,5	1	0	0	1	0	0,5	0	0	0	0,25	0	0	0,5	1	6,75	5,375	5,25
Alunno 4	1	0	0,5	0,5	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	4,5	4,25	4,25
Alunno 5	1	0	0	0,5	0	0,5	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	2,5	3,25	3,25
Alunno 6	0,5	1	0,5	0,5	0,5	1	0,5	1	1	0,5	1	1	0,75	0,25	0,25	0,75	0,5	1	12,5	8,25	8,25
Alunno 7	1	1	0,75	0,5	1	1	0,75	1	0	0,5	0,5	1	0,75	0,25	0	1	0	0	11	7,5	7,5
Alunno 8	1	0	0,5	0,5	0	1	0	1	1	0,5	0	0,5	0	0,5	0	0	1	1	8,5	6,25	6,25
Alunno 9	1	0,75	0,5	0,5	1	0	0	0	0	0,5	0,5	1	1	0,5	0,5	1	0,5	1	10,25	7,125	7
Alunno 10	1	1	0,25	0,5	1	1	1	1	0	0,5	1	1	0,75	0,5	0	0,75	1	1	13,25	8,625	8,5
Alunno 11	1	1	0,5	0,5	1	1	0	0	0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,25	0	0	0,5	0,5	8,25	6,125	6
Alunno 12	1	1	0,5	0,5	1	1	0,5	1	1	0,5	1	1	1	0,25	0,25	1	0,5	1	14	9	9
Alunno 13	1	1	0,5	0,5	1	0,5	0	0	0	0,5	1	0,75	1	0,25	0,25	0,5	0,5	1	10,25	7,125	7
Alunno 14	1	0,75	0,5	0,5	1	1	0	1	1	0,5	1	1	1	0,5	0	1	0,5	1	13,25	8,625	8,5
Alunno 15	1	1	0,5	0,5	1	1	0,5	1	0,5	0,5	1	1	1	0,5	0,5	1	0,5	0,5	13,5	8,75	8,75
Alunno 16	1	1	0	0,5	0	0,5	0	0	0	0,5	0,5	0,75	1	0,5	0	1	0,5	0,5	8,25	6,125	6
Alunno 17	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0,5	0	0,5	0	0,5	0	0	0	1	4,5	4,25	4,25
Alunno 18	1	1	0	0,5	0	1	0	0	0	0,5	0,5	0	0	0	0	0	1	1	6,5	5,25	5,25

- Analisi dei dati emersi dalla somministrazione della prova

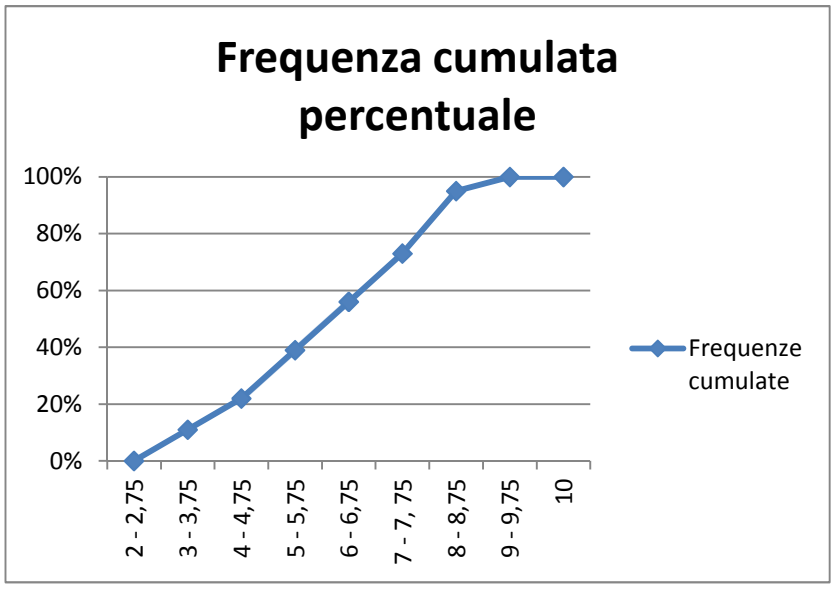
Voto	Frequenza assoluta	Percentuale semplice	Percentuale cumulata
2 - 2,75	0	0%	0%
3 - 3,75	2	11%	11%
4 - 4,75	2	11%	22%
5 - 5,75	3	17%	39%
6 - 6,75	3	17%	56%
7 - 7, 75	3	17%	73%
8 - 8,75	4	22%	95%
9 - 9,75	1	5%	100%
10	0	0%	100%

Si riporta la tabella relativa alle frequenze assolute, percentuali semplici e percentuali cumulate dei voti raggruppati in classi.

Dal grafico si evince che non ci sono stati voti inferiori al 3 o pari a 10 (per precisione, dalla tabella dei punteggi si vede che il voto più basso è stato 3,25 e quello più alto 9).
La classe di voti con la frequenza maggiore è 8 –8,75.



Dall'osservazione della tabella precedente e del grafico delle frequenze cumulate percentuali si nota che il 39% degli studenti ha ottenuto un voto non sufficiente (7 su 18).
Si conclude quindi che il 61% degli studenti risulta sufficiente (11 su 18).



Si considerano ora gli indici statistici sia per i voti della prova sia per i singoli item.

VOTI

Media	6,31
Moda	5,25
Mediana	6,13
Scarto q m	1,82

Dall'analisi dei dati statistici si osserva che il valore della media è simile a quello della mediana.
La tabella dei punteggi conferma che circa metà degli studenti ha ottenuto un voto inferiore al valore medio e l'altra metà un voto superiore.

ITEM

	1a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	4c	4d	4e	4f	5
Punteggio pieno	**1**	**1**	**1**	**0,5**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0,5**	**1**	**1**	**1**	**0,5**	**0,5**	**1**	**1**	**1**
Media	0,92	0,67	0,36	0,44	0,58	0,69	0,18	0,61	0,25	0,44	0,50	0,58	0,49	0,29	0,10	0,44	0,42	0,74
Moda	1,00	1,00	0,50	0,50	1,00	1,00	0,00	1,00	0,00	0,50	0,50	1,00	0,00	0,25	0,00	0,00	0,50	1,00
Mediana	1,00	1,00	0,50	0,50	1,00	1,00	0,00	1,00	0,00	0,50	0,50	0,63	0,63	0,25	0,00	0,25	0,50	1,00
Scarto q m	0,25	0,43	0,24	0,16	0,48	0,41	0,31	0,49	0,42	0,16	0,41	0,41	0,45	0,19	0,17	0,46	0,34	0,34

Gli item che hanno creato maggiori difficoltà sono il 2b, il 2d e il 4d in quanto presentano media molto bassa e moda nulla. Invece gli item 1a, 1d, 3a e 5, avendo media elevata e moda pari al punteggio massimo ottenibile, sono risultati i più semplici.

9. Analisi degli item

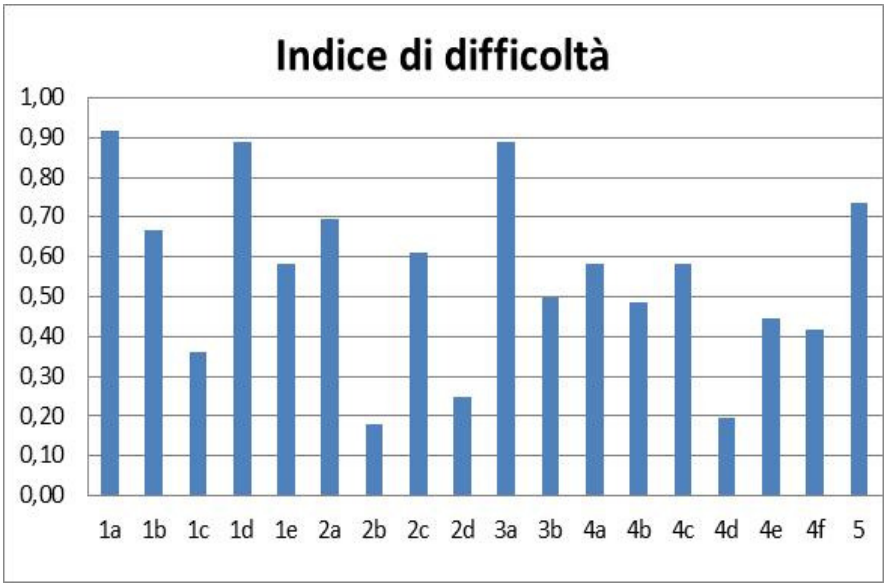
- Indice di difficoltà

L'indice di difficoltà è dato dalla seguente formula:

$$ID = \frac{P_{tot}}{P_{max}} \qquad con \quad 0 \leq ID \leq 1$$

dove:
P_{tot} = somma dei punteggi ottenuti da tutti gli studenti su quell'item
P_{max} = prodotto del punteggio pieno dell'item per il numero di studenti

Item	1a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	4c	4d	4e	4f	5
Indice difficoltà	0,92	0,67	0,36	0,89	0,58	0,69	0,18	0,61	0,25	0,89	0,50	0,58	0,49	0,58	0,19	0,44	0,42	0,74



In linea con quanto già osservato precedentemente nell'analisi degli indici statistici, si trovano valori prossimi allo 0 (che identificano item difficili) in 2b, 2d e 4d; mentre si riscontrano valori prossimi ad 1 (che identificano item facili) in 1a, 1d, 3a e 5.

- ## Potere discriminante

Il potere discriminante è dato dalla seguente formula:

$$DP = \frac{E \cdot S}{\left(\frac{N}{2}\right)^2} \qquad con \quad 0 \leq DP \leq 1$$

dove:
E = numero di risposte esatte date all'item
S = numero di risposte sbagliate date all'item
N = numero totale di risposte date all'item

Per calcolare questo indice è necessario dicotomizzare i dati raccolti.
È stato utilizzato il seguente criterio:

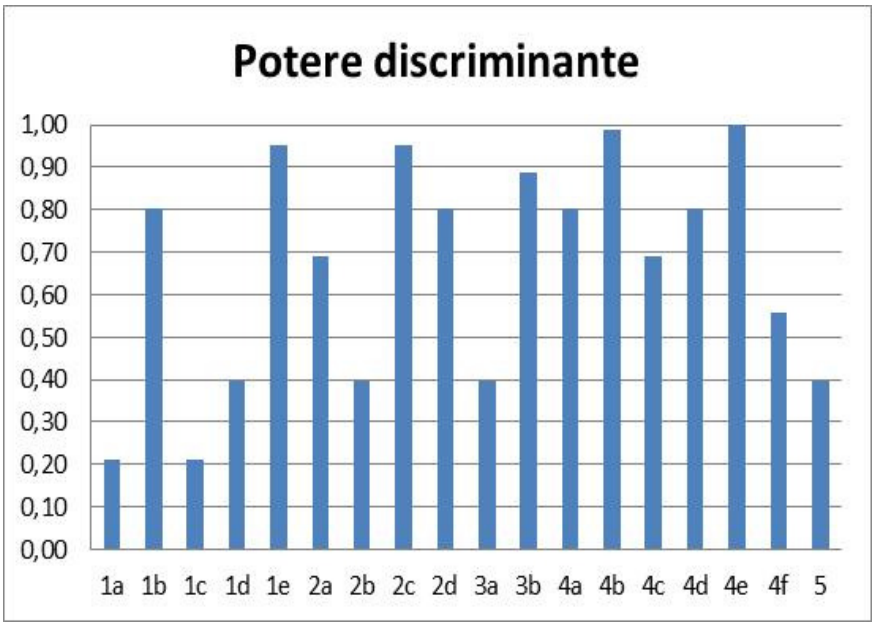
<u>Item con punteggio *P* pieno 0,5</u>:
se $P < 0{,}25$ la risposta è considerata errata (0)
se $P \geq 0{,}25$ la risposta è considerata corretta (1)

<u>Item con punteggio *P* pieno 1</u>:
se $P < 0{,}50$ la risposta è considerata errata (0)
se $P \geq 0{,}50$ la risposta è considerata corretta (1)

Fanno eccezione per quest'ultima categoria gli item 1c, 2b e 4f per i quali è stato utilizzato il seguente criterio:
se $P \leq 0{,}50$ la risposta è considerata errata (0)
se $P > 0{,}50$ la risposta è considerata corretta (1)

	1a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	4c	4d	4e	4f	5
Alunno 1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1
Alunno 2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Alunno 3	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
Alunno 4	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Alunno 5	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Alunno 6	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
Alunno 7	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0
Alunno 8	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1
Alunno 9	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
Alunno 10	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1
Alunno 11	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
Alunno 12	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
Alunno 13	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
Alunno 14	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
Alunno 15	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
Alunno 16	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
Alunno 17	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
Alunno 18	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
Totale esatte	17	13	1	16	11	14	2	11	5	16	12	13	10	14	5	9	3	16
Totale sbagliate	1	5	17	2	7	4	16	7	13	2	6	5	8	4	13	9	15	2

Item	**1a**	**1b**	**1c**	**1d**	**1e**	**2a**	**2b**	**2c**	**2d**	**3a**	**3b**	**4a**	**4b**	**4c**	**4d**	**4e**	**4f**	**5**
Potere discriminante	0,21	0,80	0,21	0,40	0,95	0,69	0,40	0,95	0,80	0,40	0,89	0,80	0,99	0,69	0,80	1,00	0,56	0,40



Dal calcolo dell'indice e dal relativo grafico si può dedurre che gli item 1a e 1c non discriminano tra preparati e meno preparati poiché quasi tutti hanno risposto o in modo esatto o errato (1a: 17 esatte e 1 errata; 1c: 1 esatta e 17 errate) e quindi si ottiene un valore dell'indice prossimo a 0. Ottimo potere discriminante è invece dato dagli item 4e, 4b, 2c e 1e, per i quali si ottengono valori prossimi ad 1; in particolare il potere discriminante dell'item 4e è massimo poiché metà degli studenti ha risposto in modo corretto e metà in modo errato.

- ## Indice di selettività

L'indice di selettività è dato dalla seguente formula:

$$IS = \frac{N_m - N_p}{\frac{N}{3}} \qquad con \quad -1 \leq IS \leq 1$$

dove:

N_m = numero di risposte esatte date all'item da parte dell'1/3 di studenti con i risultati migliori nell'intera prova

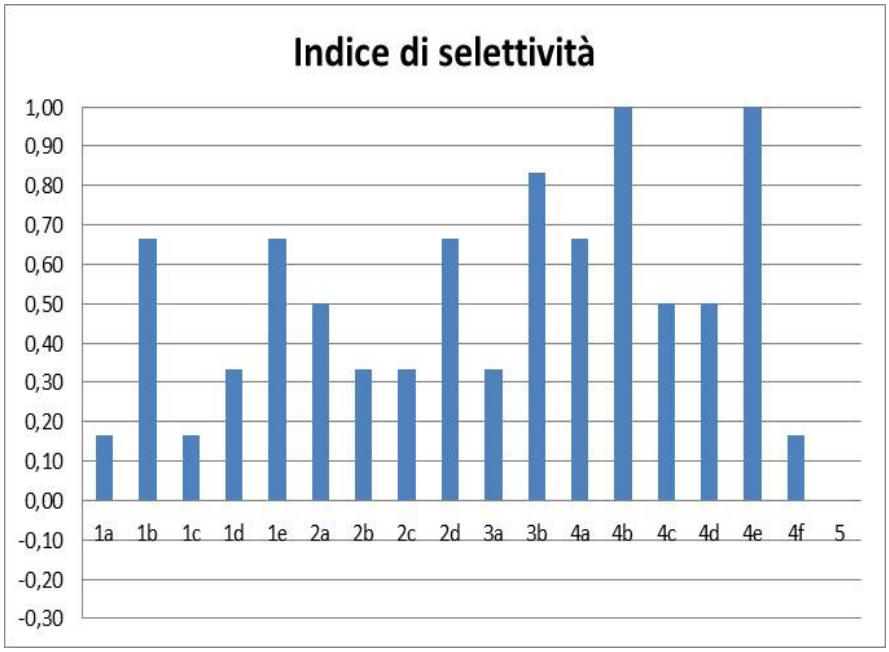
N_p = numero di risposte esatte date all'item da parte dell'1/3 di studenti con i risultati peggiori nell'intera prova

N = numero totale degli allievi

Per il calcolo dell'indice si utilizza nuovamente la tabella dei risultati dicotomizzati, disponendo in ordine crescente i voti (nella tabelle sono evidenziati in rosso i 6 risultati peggiori ed in verde i 6 migliori).

1a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	4c	4d	4e	4f	5	Voti
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	3,25
1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3,25
1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4,25
1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	4,25
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	5,25
1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	5,25
1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	5,25
1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	6
1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	6
1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	6,25
1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	7
1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	7
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	7,5
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	8,25
1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	8,5
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	8,5
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	8,75
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	9

Item	1a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	4c	4d	4e	4f	5
N_m	6	6	1	6	6	6	2	6	4	6	6	6	6	6	3	6	1	5
N_p	5	2	0	4	2	3	0	4	0	4	1	2	0	3	0	0	0	5
Indice selettività	0,17	0,67	0,17	0,33	0,67	0,50	0,33	0,33	0,67	0,33	0,83	0,67	1,00	0,50	0,50	1,00	0,17	0,00



L'indice di selettività è prossimo a zero negli item 1a, 1c e 4f e uguale a zero nell'item 5: pertanto tali item non sono selettivi poiché studenti più e meno preparati hanno risposto in modo esatto in ugual misura.
Gli item 4b e 4e presentano indice di selettività pari a 1: pertanto sono coerenti con l'andamento generale della prova (nel senso che gli studenti con punteggio alto nella prova hanno risposto correttamente mentre quelli con punteggio basso hanno risposto in modo errato).
In questo caso non sono presenti item a selettività rovesciata, ovvero con valore dell'indice di selettività negativo.

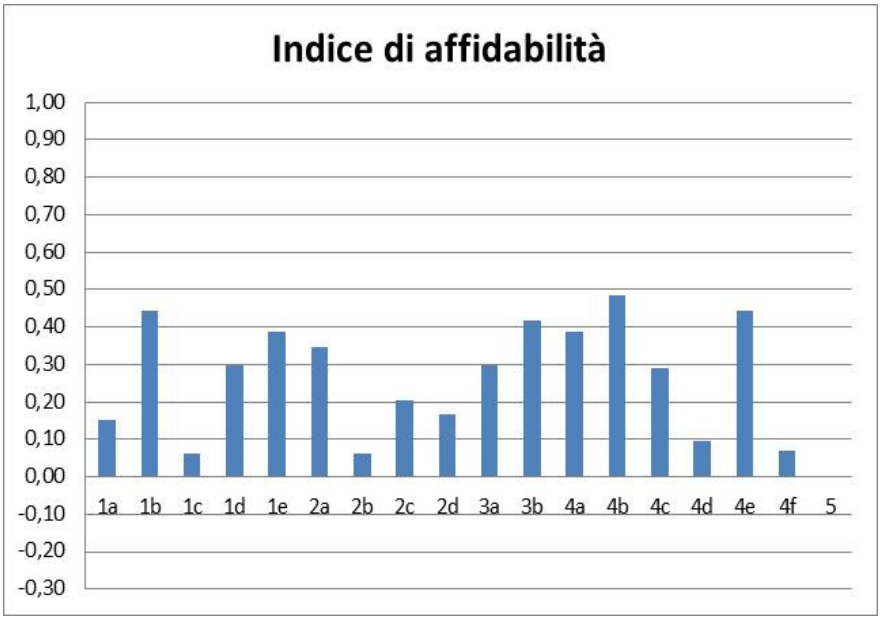
- ## Indice di affidabilità

L'indice di affidabilità si calcola con la seguente formula:

$$IA = ID \cdot IS \qquad con \quad -1 \leq IA \leq 1$$

dove:
ID = indice di difficoltà
IS = indice di selettività

Item	1a	1b	1c	1d	1e	2a	2b	2c	2d	3a	3b	4a	4b	4c	4d	4e	4f	5
Indice di affidabilità	0,15	0,44	0,06	0,30	0,39	0,35	0,06	0,20	0,17	0,30	0,42	0,39	0,49	0,29	0,10	0,44	0,07	0,00



Non avendo ottenuto valori negativi dell'indice di selettività, l'indice di affidabilità può assumere solo valori positivi o nulli.
Per quanto riguarda gli item, si può in particolare osservare che l'item 5 non è utile nella prova in quanto difficile e non discriminante.
Poco utili risultano anche gli item 1c, 2b e 4f. Gli item che risultano maggiormente affidabili sono invece 1b, 4b e 4e poiché non sono troppo difficili e hanno un alto potere discriminante.

10. Indicazioni per il recupero e la programmazione successiva

Come già anticipato, i due alunni assenti recupereranno la verifica la prima lezione disponibile.
Anche senza i risultati di questi due alunni, gli esiti della prova consentono di elaborare già da ora una strategia di recupero.
Il numero di insufficienze è abbastanza elevato (7/18); inoltre dall'analisi della tabella dei voti dicotomizzati è emerso che il numero totale di risposte corrette è molto basso negli item 1c (1 risposta corretta), 2b (2 risposte corrette), 4f (3 risposte corrette), e a seguire anche gli item 2d e 4d entrambi con 5 risposte corrette.
Viene quindi pensato un recupero di due ore da effettuarsi con la seguente suddivisione:
1°ora: vengono ripresi dall'insegnante gli argomenti relativi agli item sopra elencati;
2°ora: l'insegnante divide la classe a coppie in maniera tale che ogni coppia sia formata da un alunno che ha ottenuto un punteggio basso e uno che ha ottenuto un punteggio medio-alto; ad ogni coppia si consegna un fac-simile della prova da loro svolta con alcune modifiche e si chiede di svolgere insieme gli esercizi proposti (l'alunno/a un po' più sicuro/a ha il compito di guidare il/la compagno/a e di chiarire eventuali dubbi).
Si fa presente che il contesto della classe permette di utilizzare la metodologia del lavoro a coppie in quanto si tratta di un gruppo di allievi disponibili e collaborativi, e quelli con maggiori difficoltà sono generalmente ben disposti a farsi aiutare dai compagni poiché riconoscono senza troppo imbarazzo di averne bisogno.

Gli alunni che hanno ottenuto un punteggio insufficiente sosterranno una prova orale la lezione successiva al ripasso sopra descritto.
Successivamente si procederà regolarmente con la programmazione, tenendo presente che ci si riserva di inserire comunque nella prova successiva due o tre item che permettano di verificare gli obiettivi di apprendimento che non erano stati raggiunti dalla maggior parte degli allievi (cioè quelli relativi agli item 1c, 2b, 2d, 4d, 4f).

11. Autoriflessione conclusiva

I risultati della prova somministrata sono coerenti con quelli conseguiti durante l'anno dagli allievi.

L'analisi degli item conferma delle lacune per quanto riguarda il concetto di mediana.
Correggendo la verifica si è per altro notato che, nell'item 1c, la mediana calcolata senza tenere conto delle frequenze coincideva con quella calcolata correttamente, di conseguenza l'allievo poteva aver trovato il valore giusto senza aver seguito il procedimento corretto. Tale supposizione è stata confermata da una bassa correlazione tra i punteggi ottenuti in tale item e quelli ottenuti nell'item 2b o 2f dove l'ambiguità non era presente. È quindi necessario modificare i dati dell'esercizio 1.

I voti non sono molto alti in quanto spesso gli allievi non hanno motivano i risultati trovati o non hanno esplicitano i passaggi effettuati, nonostante sia stato loro richiesto esplicitamente durante la somministrazione della prova.
Si nota inoltre che molti studenti, pur avendo ottenuto punteggi elevati, hanno ancora difficoltà nella formalizzazione e nell'uso di un simbolismo corretto.

Un paio di osservazioni più puntuali riguardano gli item 2d e 4d:

- l'item 2d richiedeva il calcolo dello scarto quadratico medio e solo 5 allievi hanno risposto in modo corretto; si evidenzia quindi difficoltà nella memorizzazione della formula.

È opportuno insistere maggiormente sul significato della formula e sulla sua costruzione passo-passo per facilitarne la memorizzazione;

- l'item 4d richiedeva di calcolare il numero di alunni con voto superiore alla sufficienza e, anche qui, solo 5 allievi hanno risposto correttamente. L'errore consiste nell'aver letto con poca attenzione la richiesta; infatti la maggior parte degli allievi ha risposto calcolando la percentuale di alunni con voto superiore alla sufficienza. È opportuno ribadire l'importanza della lettura attenta del testo di una prova.

Nel complesso si ritiene che la prova sia calibrata e che possa essere migliorata eliminando quegli item che sono risultati poco discriminanti (o modificandoli in modo da renderli più discriminanti).