PERCORSO ABILITANTE SPECIALE
CORSO DI DOCIMOLOGIA
A.A. 2013/2014

# ANALISI DI UNA VALUTAZIONE SULLE FUNZIONI LOGARITMICHE

*Bellantoni Fabio, Ciavarella Miriam, Di Francesco Fabio*

**SOMMARIO:**

**1. OBIETTIVI GENERALI DI APPRENDIMENTO**

**2. OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO E DESCRITTORI**

**3. PROFILO DI COMPETENZA ITEM 9**

**4. PROFILO DI COMPETENZA ITEM 10**

**5. DESTINATARI**

**6. PREREQUISITI**

**7. INTERVENTO DIDATTICO**

**8. VERIFICA**

**9. PUNTEGGI ASSEGNATI AI SINGOLI ITEM**

**10. RUBRICA ANALITICA per valutare la COMPETENZA: costruzione e analisi di semplici modelli di crescita o decrescita (ITEM 9)**

**11. RUBRICA ANALITICA per valutare la COMPETENZA: costruzione e analisi di semplici modelli matematici di classi di fenomeni (ITEM 10)**

**12. DAI PUNTEGGI AI VOTI**

**13. RESOCONTO DELLA SOMMINISTRAZIONE**

**14. INDICAZIONI PER IL RECUPERO**

**15. AUTORIFLESSIONE**

## 1. OBIETTIVI GENERALI DI APPRENDIMENTO

- Riconoscere ed analizzare le caratteristiche analitiche delle funzioni logaritmiche
- Analizzare graficamente le funzioni logaritmiche e funzioni trascendenti passando agevolmente da un registro di rappresentazione ad un altro (numerico, grafico, funzionale)
- Saper operare su funzioni composte
- Saper costruire semplici modelli di crescita o decrescita logaritmica
- Acquisire il concetto di velocità di variazione di un processo rappresentato mediante una funzione

## 2. OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO E DESCRITTORI (items di riferimento 1,2,3,4,5,6,7,8)

La verifica somministrata ha una tipologia semi-stutturata e a bassa strutturazione ed è composta da otto item che mirano a valutare le conoscenze e le abilità e 2 situazioni-problema (item 9, item 10) che mirano a valutare competenze.

| Obiettivi di apprendimento | Classificazione di Anderson & Krathwohl | Indicatori/descrittori | Item |
|---|---|---|---|
| Ricordare e saper applicare le proprietà dei logaritmi | Ricordare<br>Comprendere<br>(Interpretare ) | 1. Ricorda la definizione di logaritmo e sa che è un numero.<br>2. Ricorda le proprietà dei logaritmi e le sa applicare in modo corretto. | 5 |
| Saper tracciare il grafico qualitativo di una funzione logaritmica e saper analizzare le caratteristiche analitiche della funzione | Ricordare<br>Comprendere<br>(Interpretare, spiegare)<br>Analizzare | 3. Sa riconoscere una funzione logaritmica<br>4. Sa individuare il dominio e il codominio di una funzione logaritmica<br>5. Sa calcolare gli zeri della funzione e sa spiegare il significato<br>6. Sa calcolare il segno della funzione e sa spiegare il significato<br>7. Sa individuare la monotonia di semplici funzioni logaritmiche e con parole sue sa spiegare il significato<br>8. Sa individuare gli asintoti e l'andamento all'infinito e con parole sue sa spiegare il significato | 2, 5, 7, 8 |
| Saper eseguire trasformazioni sul grafico della funzione logaritmica | Applicare<br>(Eseguire)<br>Analizzare<br>(Differenziare, organizzare, attribuire) | 9. Sa individuare e differenziare le trasformazioni necessarie per tracciare il grafico della funzione assegnata<br>10. Sa organizzare la sequenza corretta della trasformazioni necessarie per tracciare il grafico della funzione<br>11. Sa attribuire alle singole trasformazioni i registri funzionale e grafico | 3, 6 |
| Saper tracciare il grafico di funzioni composte del tipo $y = \log(ax^2 + bx + c)$ | Ricordare<br>(rievocare, riconoscere)<br>Comprendere<br>(interpretare)<br>Analizzare<br>(Differenziare, organizzare, attribuire) | 12. Scompone la funzione assegnata come composta di due funzioni<br>13. Sa interpretare le caratteristiche analitiche delle funzioni che compongono la funzione assegnata e le attribuisce alla funzione composta | 4 |
| Saper risolvere algebricamente semplici equazioni e disequazioni logaritmiche | Ricordare<br>(riconoscere)<br>Applicare<br>(eseguire) | 14. Sa riconoscere la strategia algebrica corretta per risolvere semplici equazioni e disequazioni logaritmiche<br>15. Sa applicare la strategia algebrica corretta per | 1, 5 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Valutare (controllare) | risolvere semplici equazioni e disequazioni logaritmiche<br>16. Sa verificare la congruenza delle soluzioni ottenute | |
| Saper risolvere graficamente equazioni e disequazioni trascendenti | Ricordare (riconoscere)<br>Analizzare (attribuire)<br>Applicare (eseguire) | 17. Sa riconoscere quali equazioni e disequazioni sono risolubili algebricamente e quali solo graficamente<br>18. Sa trasformare l'equazione o la disequazione in un sistema<br>19. Sa applicare correttamente le tecniche di approssimazione numerica per la determinazione delle soluzioni<br>20. Sa spiegare il significato delle soluzioni ottenute | 1, 2, 6, 7 |

## 3. PROFILO DI COMPETENZA ITEM 9

La situazione problema dell'item 9 mira a valutare il raggiungimento della COMPETENZA "costruzione e analisi di semplici modelli di crescita o decrescita".

| | Livello base | Livello intermedio | Livello avanzato |
|---|---|---|---|
| Risorse | Lo studente:<br>- Conosce la definizione di funzione logaritmica, esponenziale e lineare;<br>- Ricorda il grafico delle funzioni<br>$y = \log(x), y = e^x, y = x.$ | Lo studente:<br>- Conosce la definizione di funzione logaritmica, esponenziale e lineare;<br>- Ricorda il grafico delle funzioni<br>$y = \log(x), y = e^x, y = x.$ | Lo studente:<br>- Conosce la definizione di funzione logaritmica, esponenziale e lineare;<br>- Ricorda il grafico delle funzioni<br>$y = \log(x), y = e^x, y = x.$ |
| Strutture di interpretazione | Lo studente:<br>- Non riconosce che i tre grafici hanno un andamento logaritmico, esponenziale e lineare<br>- Non interpreta il problema in termini di "rapidità crescita" | Lo studente:<br>- Riconosce che i tre grafici hanno un andamento logaritmico, esponenziale e lineare<br>- Non interpreta il problema in termini di "rapidità crescita" | Lo studente:<br>- Riconosce che i tre grafici hanno un andamento logaritmico, esponenziale e lineare<br>- Interpreta il problema in termini di "rapidità crescita" |
| Strutture di azione | Lo studente:<br>- Non classifica e confronta igrafici assegnati in termini di "rapidità di crescita"<br>- Non traduce il formalismo grafico in un formalismo contestualizzato al problema assegnato | Lo studente:<br>- Classifica e confronta igrafici assegnati in termini di "rapidità di crescita"<br>- Non traduce il formalismo grafico in un formalismo contestualizzato al problema assegnato | Lo studente:<br>- Classifica e confronta igrafici assegnati in termini di "rapidità di crescita"<br>- Traduce il formalismo grafico in un formalismo contestualizzato al problema assegnato |
| Strutture di autoregolazione | Lo studente:<br>- Non argomenta | Lo studente:<br>- Argomenta e motiva la propria scelta | Lo studente:<br>- Argomenta e motiva la propria scelta nel contesto della situazione-problema |

## 4. PROFILO DI COMPETENZA ITEM 10

La situazione problema dell'item 10 mira a valutare il raggiungimento della COMPETENZA "costruzione e analisi di semplici modelli matematici di classi di fenomeni".

| | Livello base | Livello intermedio | Livello avanzato |
|---|---|---|---|
| Risorse | Lo studente:<br>- Ricorda il grafico della funzione logaritmo<br>- Ricorda come si disegna il grafico di una dilatazione sull'asse *y* di un fattore *n*<br>- Ricorda come si disegna il grafico di una dilatazione sull'asse *x* di un fattore *n* | Lo studente:<br>- Ricorda il grafico della funzione logaritmo<br>- Ricorda come si disegna il grafico di una dilatazione sull'asse *y* di un fattore *n*<br>- Ricorda come si disegna il grafico di una dilatazione sull'asse *x* di un fattore *n* | Lo studente:<br>- Ricorda il grafico della funzione logaritmo<br>- Ricorda come si disegna il grafico di una dilatazione sull'asse *y* di un fattore *n*<br>- Ricorda come si disegna il grafico di una dilatazione sull'asse *x* di un fattore *n* |
| Strutture di interpretazione | Lo studente:<br>- Seleziona tra i dati a disposizione solo quelli utili per risolvere il problema<br>- Non coglie il fatto che l'intensità effettiva di un suono è la variabile indipendente e l'intensità sonora è la variabile dipendente<br>- Non coglie il fatto che per risolvere il problema è necessario impostare una disequazione<br>- Non interpreta il problema come "determinare per quali valori dell'intensità effettiva di un suono, l'intensità sonora è maggiore di 80 dB?" | Lo studente:<br>- Seleziona tra i dati a disposizione solo quelli utili per risolvere il problema<br>- Coglie il fatto che l'intensità effettiva di un suono è la variabile indipendente e l'intensità sonora è la variabile dipendente<br>- Non coglie il fatto che per risolvere il problema è necessario impostare una disequazione<br>- Non interpreta il problema come "determinare per quali valori dell'intensità effettiva di un suono, l'intensità sonora è maggiore di 80 dB?" | Lo studente:<br>- Seleziona tra i dati a disposizione solo quelli utili per risolvere il problema<br>- Coglie il fatto che l'intensità effettiva di un suono è la variabile indipendente e l'intensità sonora è la variabile dipendente<br>- Coglie il fatto che per risolvere il problema è necessario impostare una disequazione<br>- Interpreta il problema come "determinare per quali valori dell'intensità effettiva di un suono, l'intensità sonora è maggiore di 80 dB?" |
| Strutture di azione | Lo studente:<br>-Non formula alcuna relazione matematica | Lo studente:<br>-Formula una relazione matematica non completa con la funzione intensità sonora | Lo studente:<br>- Formula la disequazione da risolvere<br>- Risolve la disequazione calcolando l'intervallo delle soluzioni |
| Strutture di autoregolazione | Lo studente:<br>-Non è in grado di argomentare alcuna strategia | Lo studente:<br>- Cerca di argomentare la strategia applicata seppur incompleta | Lo studente:<br>- Argomenta la strategia applicata per risolvere il problema<br>- Verifica se le soluzioni ottenute sono compatibili con i dati del problema |

## 5. DESTINATARI

La seguente verifica formativa è stata somministrata a studenti di una classe quarta di Liceo Scientifico nel primo quadrimestre e mira a valutare conoscenze, abilità e due competenze.
La classe era composta da 26 studenti nessuno presentava la necessità di bisogni educativi speciali o aveva disturbi specifici di apprendimento.

## 6. PREREQUISITI

• Saper risolvere le equazioni e disequazioni algebriche e irrazionali
• Saper risolvere sistemi di equazioni e di disequazioni
• Conoscere il concetto di funzione - dominio - codominio
• Saper fare "l'analisi senza l'analisi", cioè tracciare grafici qualitativi di semplici funzioni
• Ricordare e saper applicare il metodo di bisezione per il calcolo approssimato dell'intersezione di due curve
• Saper lavorare sul grafico di una funzione mediante semplici trasformazioni
• Sapere le proprietà analitiche della funzione esponenziale

## 7. INTERVENTO DIDATTICO

La verifica è stata somministrata dopo un intervento didattico così strutturato:

• 5 ore di spiegazione teorica intercalata da numerosi esempi svolti dall'insegnante alla lavagna.
La parte teorica affrontata in classe ha seguito le Indicazioni Nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento per i licei.
Danno le seguenti indicazioni per il secondo biennio del Liceo Scientifico nel capitolo *Relazioni e funzioni:* lo studente "approfondirà lo studio delle funzioni elementari dell'analisi e, in particolare, delle funzioni esponenziale e logaritmo. Sarà in grado di costruire semplici modelli di crescita o decrescita..." e "...lo studente apprenderà ad analizzare sia graficamente che analiticamente le principali funzioni e saprà operare su funzioni composte e inverse. Un tema importante di studio sarà il concetto di velocità di variazione di un processo rappresentato mediante una funzione."

• circa 4 ore di esercitazioni.
Le esercitazioni si sono svolte nel modo seguente: assegnazione di un esercizio più o meno difficile, tempo a disposizione per svolgere in modo autonomo o a coppie l'esercizio, correzione alla lavagna dell'esercizio da parte degli studenti stessi.

• 1 ora di laboratorio in cui sono stati affrontati i seguenti aspetti storico-epistemiologici :
- Micael STIFEL (1487 - 1567) → pre-inventore dei logaritmi (prima rudimentale tavola dei log di base 2)
- John NAPIER ( 1550-1617) → approfondisce l'idea di logaritmo (come progressione geometrica di ragione 10). Fu egli a coniare il termine **logaritmo** (dal greco: **lògon** [ragione, rapporto] e **arithmòs** [numero]).

• 2 ore di laboratorio informatico.
E' stato usato il software **Maple** ( sistema di calcolo simbolico, algebrico e grafico) per visualizzare graficamente le funzioni e dedurre dal grafico le loro caratteristiche analitiche, così come previsto nelle Indicazioni Nazionali lo studente "...saprà utilizzare strumenti informatici di rappresentazione geometrica e di calcolo".

## 8. VERIFICA

Lo studente svolga i seguenti esercizi con l'ausilio della calcolatrice scientifica ma non programmabile.

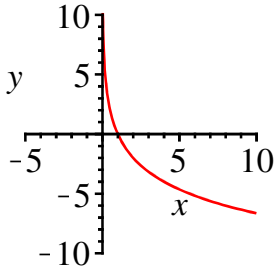
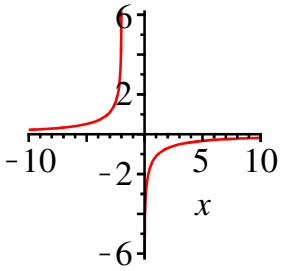
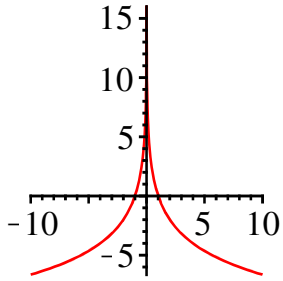
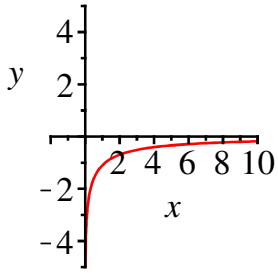
Tempo a disposizione per lo svolgimento della verifica: 2 ore.

**Item 1**
Risolvi la seguente equazione e verifica graficamente il risultato ottenuto:

$$\log_3(4x) = 7$$

**Item 2**
Attribuisci a ciascuna delle seguenti funzioni il grafico corrispondente e motiva la tua risposta.

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2), \quad g(x) = 2 \cdot \log_{\frac{1}{2}}(x), \quad h(x) = \ln\left(\frac{x}{x+2}\right), \quad l(x) = \ln(x) - \ln(x+2)$$

| | | | |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... | .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.. | .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>..... | .....<br>.....<br>.....<br>.....<br>.. |

**Item 3**
Tracciare il grafico della seguente funzione: $y = |\ln(x+4)| - 2$

**Item 4**
Tracciare il grafico della seguente funzione: $y = \log(x^2 - 4x + 3)$

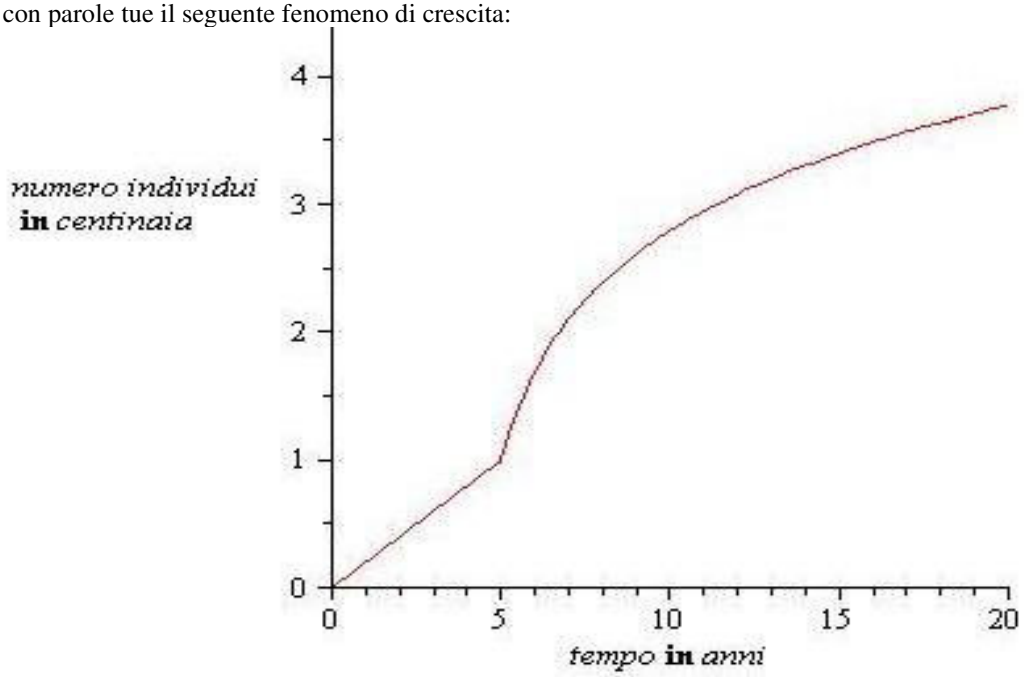
**Item 5**
Trovare gli zeri della seguente funzione: $y = \log\left(\log_{\frac{1}{3}}(x-4) - \log_{\frac{1}{3}}(5x)\right)$

**Item 6**
Risolvere la seguente disequazione spiegando ogni singolo passaggio: $\ln(x+1) > -\frac{1}{4}x^2 + 4$

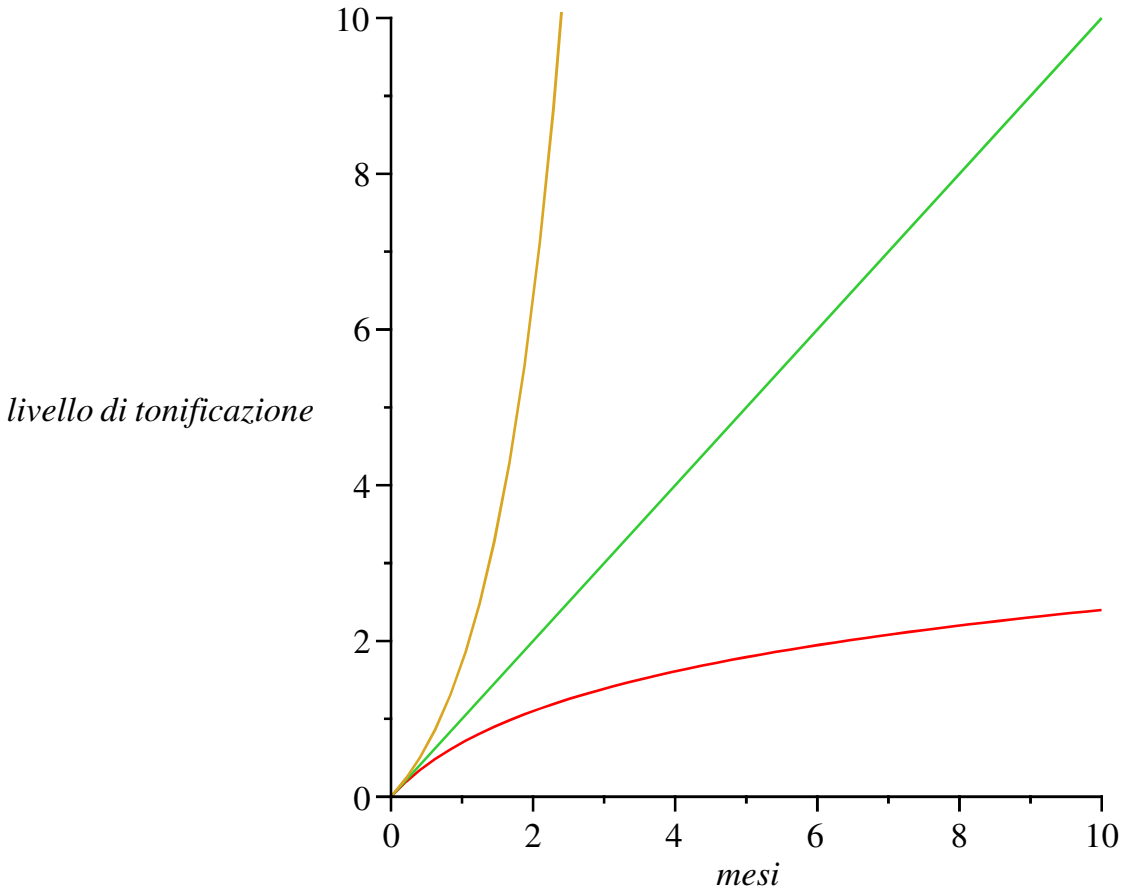
**Item 7**

Determinare il campo di esistenza della seguente funzione: $y = \sqrt{\frac{x^2 - \ln(2x)}{\ln(3-x)}}$

**Item 8**
Descrivi a con parole tue il seguente fenomeno di crescita:



**Item 9**
**Situazione-problema:**
Fabio è un bravissimo personal trainer (quando non frequenta il PAS), e deve progettare un piano di lavoro per Miriam che vuole tonificare la sua muscolatura. Fabio propone a Miriam 3 piani di lavoro che, a seconda dell'intensità di attività aerobica, conducono a risultati differenti nell'arco temporale. Miriam che è decisamente pigra, valuta attentamente i grafici proposti da Fabio.




Miriam vuole assolutamente ottenere buoni risultati entro l'estate, quale programma fitness le conviene scegliere?
Motiva con parole tue tale scelta.

**Item 10**
Leggi attentamente la spiegazione seguente e rispondi alla domanda:
Situazione-problema: **LOGARITMI E ACUSTICA**
Prendiamo in considerazione l'intensità del suono, l'intervallo udibile è:
- limite inferiore = 0 dB
- limite superiore attualmente non è fissato (dipende dalla durata del suono, l'orecchio può sopportare 120 dB per un breve periodo ma può subire sordità permanente se esposto per lungo tempo a un suono oltre gli 80 dB).

Il processo percettivo non è di tipo lineare ma logaritmico: intensità sonora percepita in decibel

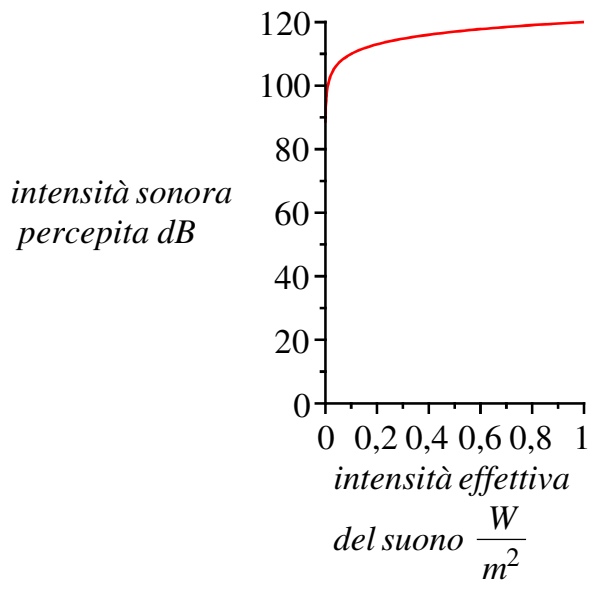
$$L_{dB}(x) = 10 \log\left(\frac{x}{c}\right)$$

dove:

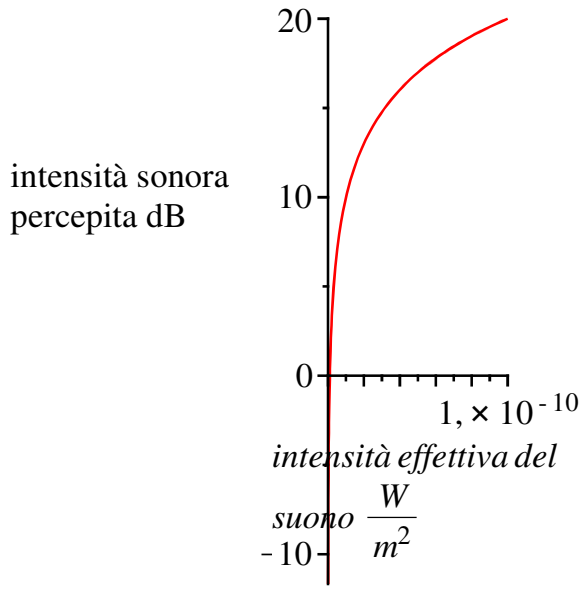
$x$ = intensità effettiva di un suono (= energia sonora che attraversa l'unità di superficie nell'unità di tempo) $\left[\frac{W}{m^2}\right]$

$c := 10^{-12} : \left[\frac{W}{m^2}\right]$

$plot\left( L_{dB}(x), x = 0..1, y = 0..120 \right)$




zoom




Mormorio=10dB $\rightsquigarrow$ corrisponde un'intensità sonora effettiva di:

$solve\left( 10 = L_{dB}(x), x \right)$

$$\frac{1}{100000000000} \tag{1}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$1.0000\ 10^{-11}$$

Fruscio del vento tra le foglie = 20dB $\rightsquigarrow$ corrisponde un'intensità sonora effettiva di:

$solve\left( 20 = L_{dB}(x), x \right)$

$$\frac{1}{10000000000} \tag{2}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$1.0000\ 10^{-10} \tag{3}$$

**DOMANDA:** quali intensità effettive del suono danneggiano l'orecchio umano?

## 9. PUNTEGGI ASSEGNATI AI SINGOLI ITEM

| ITEM | ABILITA' RILEVATE | PUNTEGGIO ASSEGNATO PER LA RISPOSTA PIENAMENTE CORRETTA |
|---|---|---|
| 1 | • Saper scrivere un numero $n$ in forma logaritmica come $\log_a(a^n)$<br>• Saper risolvere le equazioni logaritmiche del tipo $\log_b(A(x)) = \log_b(B(x))$<br>• Svolgere correttamente i calcoli algebrici | 3 |
| 2 | • Saper determinare il dominio di una funzione logaritmica | 3 + 3 |

| | | |
|---|---|---|
| | • Saper rappresentare sull'asse delle ascisse gli intervalli di esistenza così determinati<br>• Individuare la monotonia della funzione logaritmica | |
| 3 | • Individuare la corretta successione delle trasformazioni mediante le quali è possibile disegnare il grafico della funzione assegnata<br>• Tracciare il grafico di $f_1(x) = \ln(x)$<br>• Tracciare il grafico di una traslazione sull'asse delle ascisse di $n$ unità $f_2(x) = f_1(x+4)$<br>• Tracciare il grafico del valore assoluto $f_3(x) = \lvert f_2(x) \rvert$ mediante ribaltamento della parte negativa rispetto all'asse delle $x$<br>• Tracciare il grafico di una traslazione sull'asse delle ordinate di $n$ unità $f_4(x) = f_3(x) - 2$ | 5 |
| 4 | • Determinare il dominio della funzione assegnata<br>• Svolgere correttamente i calcoli per determinare il dominio<br>• Saper rappresentare sull'asse delle ascisse gli intervalli di esistenza così determinati<br>Senza strumenti di analisi stabilire il limite della funzione:<br>• per $x \to -\infty$<br>• per $x \to 1^-$<br>• per $x \to 3^+$<br>• per $x \to +\infty$<br>• Studiare la monotonia della funzione composta<br>• Tracciare il grafico qualitativo della funzione mediante le informazioni determinate | 9 |
| 5 | • Impostare correttamente l'equazione per determinare gli zeri della funzione assegnata<br>• Svolgere correttamente i calcoli algebrici<br>• Verificare che gli zeri trovati appartengono al dominio della funzione | 3 |
| 6 | • Stabilire che la disequazione non è risolvibile algebricamente ma graficamente spiegando il motivo<br>• Individuare quali sono le due funzioni da rappresentare graficamente<br>• Tracciare correttamente il grafico di $y = \ln(x+1)$<br>• Spiegare la strategia adottata per tracciarlo<br>• Tracciare correttamente il grafico di $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$<br>• Spiegare la strategia adottata per tracciarlo<br>• Mediante il metodo di bisezione calcolare il valore approssimato dell'ascissa dell'intersezione delle due curve<br>• Risolvere la disequazione assegnata interpretando correttamente i grafici tracciati | 8 |
| 7 | • Porre il denominatore della frazione diverso da zero<br>• Porre il radicando maggiore uguale a zero<br>• Porre l'argomento del logaritmo a numeratore maggiore di zero<br>• Porre l'argomento del logaritmo a denominatore maggiore di zero<br>• Risolvere in modo corretto il sistema così ottenuto | 5 |
| 8 | • Riconoscere che l'andamento di crescita della popolazione è lineare nell'intervallo $[0, 5]$<br>• Riconoscere che l'andamento di crescita della popolazione è logaritmica nell'intervallo $(5, +\infty)$ | 2 |

## 10. RUBRICA ANALITICA per valutare la COMPETENZA: costruzione e analisi di semplici modelli di crescita o decrescita (ITEM 9)

1. Riconosce che i tre grafici hanno un andamento logaritmico, esponenziale e lineare
2. Interpreta il problema in termini di "rapidità crescita" , cioè riconosce che il grafico giallo cresce più rapidamente perchè ha un andamento esponenziale, il grafico verde ha un andamento lineare e il grafico verde cresce più lentamente perchè ha un andamento logaritmico.
3. Contestualizza l'andamento di crescita dei grafici nella situazione-problema

## 11. RUBRICA ANALITICA per valutare la COMPETENZA:costruzione e analisi di semplici modelli matematici di classi di fenomeni (ITEM 10)

1. Interpreta il problema come "determinare per quali valori dell'intensità effettiva di un suono (variabile indipendente), l'intensità sonora (variabile dipendente) è maggiore di 80dB?" e formula la disequazione corretta
2. Risolve la disequazione
3. Contestualizza il risultato ottenuto nella situazione-problema

Per ciascuno dei punti elencati viene assegnato il seguente punteggio:
3 punti se i requisiti espressi nel punto sono stati ottemperati in maniera piena;
2 punti se i requisiti espressi nel punto sono stati ottemperati con imperfezioni;
1 punti se i requisiti espressi nel punto sono stati ottemperati in modo parziale;
0 punti se il punto non è stato trattato.

## 12. DAI PUNTEGGI AI VOTI

Il dipartimento di Matematica del Liceo Scientifico ha stabilito che il voto minimo è 2 e quallo massimo è 10. I voti corrispondenti ai punteggi di ogni studente sono stati ottenuti utilizzando i seguenti criteri:

Fattore di scala (sufficienza): $fss=\frac{(punteggio\,totale)-(punteggio\,sufficienza)}{(voto\,massimo)-(voto\,sufficienza)}=\frac{59-35.4}{10-6}=\frac{23.6}{4}=5.9$ se punteggio totale≥35.4 punti $VOTO=6+\frac{punteggio\,totale\,studente-35.4}{5.9}$

Fattore di scala (insufficienza): $fsi=\frac{(punteggio\,sufficienza)}{(voto\,sufficienza)-(voto\,minimo)}=\frac{35.4}{6-2}=\frac{35.4}{4}=8.85$ se punteggio totale<35.4 punti $VOTO=2+\frac{punteggio\,totale\,studente}{8.85}$

## 13. RESOCONTO DELLA SOMMINISTRAZIONE

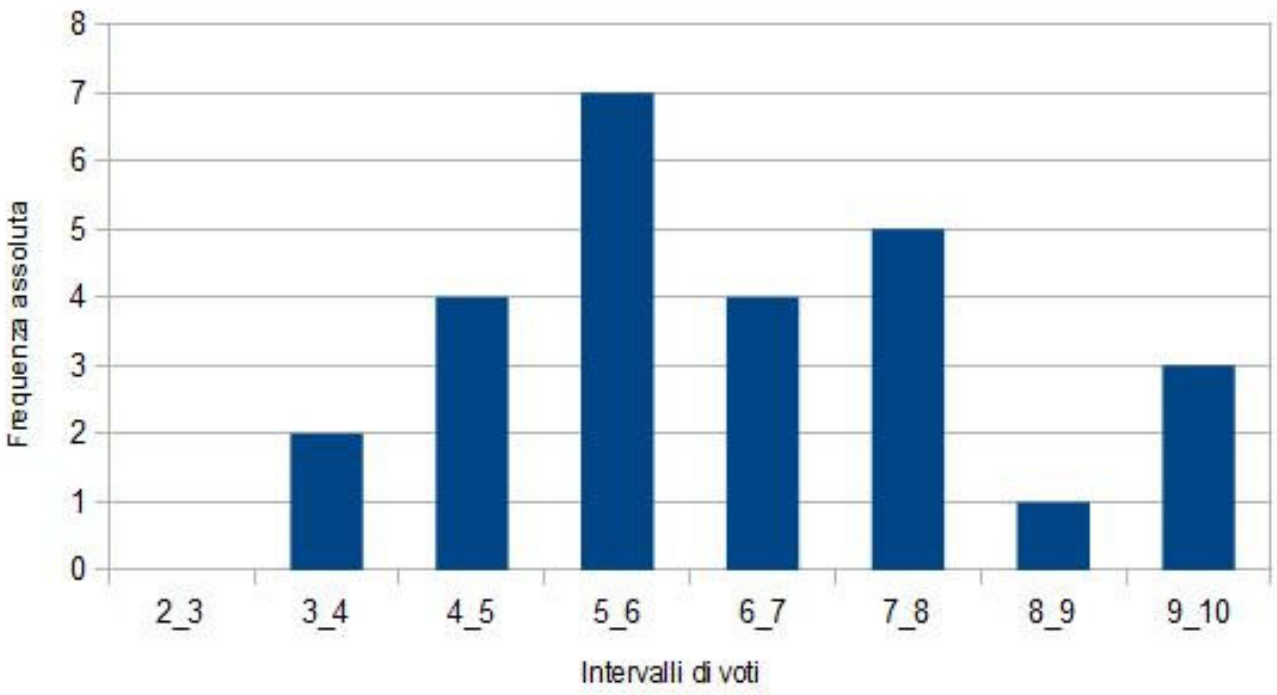
Contesto in cui la prova è stata testata:
La verifica è stata testata nell'a.s.2011/2012 a studenti di una classe quarta di Liceo Scientifico nel primo quadrimestre. La classe era composta da 26 studenti, nessuno presentava la necessità di bisogni educativi speciali o aveva disturbi specifici di apprendimento. Il giorno della verifica gli studenti erano tutti presenti.
Il tempo previsto per lo svolgimento della verifica era di 2 ore, in realtà a questo arco temporale bisogna sottrarre il tempo materiale per disporre i banchi in 4 file equamente distanti tra loro, consegnare e commentare il testo della verfica, e i 10 minuti alla fine per l'intervallo. Il tempo effettivo è stato di un ora e quaranta minuti ed è risultato sufficiente, infatti tutti gli alunni hanno consegnato entro il tempo a disposizione.
Durante lo svolgimento della verifica gli studenti sono stati in silenzio, non hanno comunicato tra loro; solo alcuni hanno fatto alcune domande all'insegnante soprattutto inerenti al item 10 di acustica.
Anche se gli studenti avevano a disposizione l'uso della calcolatrice scientifica, tale strumento non è risultato necessario.
Gli studenti sono rimasti soddisfatti per quanto riguarda i primi 8 item atti a valutare conoscenze e abilità mentre sono rimasti un po' sorpresi dalla somministrazione degli item 9 e 10 atti a verificare le loro competenze. Il loro stupore non era rivolto al contenuto matematico delle richieste ma all formulazione insolita dei problemi.
Questi son stati i loro risultati:

| Studente | Item 1 | Item 2 | Item 3 | Item 4 | Item 5 | Item 6 | Item 7 | Item 8 | Item 9 | Item 10 | TOT. | VOTO |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 3 | 4 | 4 | 3 | 7 | 2 | 2 | 3 | 7 | 38 | 6,4 |
| 2 | 0 | 3 | 4 | 4 | 2 | 3 | 5 | 2 | 3 | 3 | 29 | 5,3 |
| 3 | 3 | 6 | 5 | 9 | 3 | 8 | 5 | 2 | 9 | 9 | 59 | 10,0 |
| 4 | 2 | 6 | 3 | 7 | 2 | 6 | 5 | 2 | 3 | 3 | 39 | 6,6 |
| 5 | 3 | 6 | 3 | 7 | 2 | 8 | 4 | 2 | 6 | 3 | 44 | 7,5 |
| 6 | 2 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | 0 | 0 | 18 | 4,0 |
| 7 | 3 | 6 | 4 | 8 | 3 | 8 | 5 | 2 | 9 | 9 | 57 | 9,7 |
| 8 | 3 | 3 | 3 | 7 | 0 | 7 | 5 | 2 | 0 | 0 | 30 | 5,4 |
| 9 | 3 | 0 | 2 | 3 | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 3 | 25 | 4,8 |
| 10 | 3 | 6 | 4 | 7 | 2 | 8 | 5 | 2 | 3 | 3 | 43 | 7,3 |
| 11 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 5 | 2 | 1 | 0 | 23 | 4,6 |
| 12 | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 | 3 | 4 | 1 | 0 | 0 | 16 | 3,8 |
| 13 | 2 | 3 | 5 | 3 | 2 | 6 | 3 | 2 | 3 | 0 | 29 | 5,3 |
| 14 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 8 | 5 | 2 | 0 | 6 | 35 | 6,0 |
| 15 | 3 | 3 | 3 | 6 | 2 | 5 | 5 | 2 | 0 | 0 | 29 | 5,3 |
| 16 | 1 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 0 | 18 | 4,0 |
| 17 | 3 | 3 | 5 | 9 | 2 | 8 | 5 | 2 | 6 | 6 | 49 | 8,3 |
| 18 | 3 | 0 | 5 | 7 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 30 | 5,4 |
| 19 | 3 | 6 | 2 | 9 | 2 | 8 | 5 | 2 | 6 | 3 | 46 | 7,8 |
| 20 | 3 | 6 | 5 | 4 | 2 | 8 | 5 | 2 | 6 | 6 | 47 | 8,0 |
| 21 | 2 | 0 | 2 | 3 | 1 | 3 | 3 | 2 | 0 | 0 | 16 | 3,8 |
| 22 | 3 | 0 | 5 | 7 | 3 | 8 | 1 | 1 | 3 | 3 | 34 | 5,8 |
| 23 | 3 | 3 | 5 | 7 | 3 | 3 | 0 | 2 | 6 | 3 | 35 | 6,0 |
| 24 | 3 | 3 | 5 | 2 | 1 | 7 | 5 | 2 | 3 | 0 | 31 | 5,5 |
| 25 | 3 | 3 | 5 | 1 | 3 | 8 | 5 | 2 | 9 | 6 | 45 | 7,6 |
| 26 | 3 | 6 | 5 | 7 | 3 | 8 | 4 | 2 | 9 | 9 | 56 | 9,5 |

La tabella delle frequenze è:

| CLASSI | Frequenza Assoluta | Frequenza Relativa | Frequenza Percentuale |
|---|---|---|---|
| 2_3 | 0 | 0 | 0 |
| 3_4 | 2 | 0,08 | 7,69 |
| 4_5 | 4 | 0,15 | 15,38 |
| 5_6 | 7 | 0,27 | 26,92 |
| 6_7 | 4 | 0,15 | 15,38 |
| 7_8 | 5 | 0,19 | 19,23 |
| 8_9 | 1 | 0,04 | 3,85 |
| 9_10 | 3 | 0,12 | 11,54 |
| Somma | 26 | 1 | 100 |

Da cui otteniamo l'istogramma:




Analisi monovariata e analisi degli item:

| | Item 1 | Item 2 | Item 3 | Item 4 | Item 5 | Item 6 | Item 7 | Item 8 | Item 9 | Item 10 | Tot. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Punteggio min | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 | 3 | 1 | 0 | 0 | 16 |
| Punteggio max | 3 | 6 | 5 | 9 | 3 | 8 | 5 | 2 | 9 | 9 | 59 |
| MEDIA | 2,6 | 3,5 | 3,6 | 5,1 | 2,0 | 5,8 | 4,0 | 1,9 | 3,7 | 3,3 | |
| MODA | 3 | 3 | 5 | 7 | 2 | 8 | 5 | 2 | 3 | 0 | |
| MEDIANA | 3 | 3 | 4 | 5 | 2 | 7 | 5 | 2 | 3 | 3 | |
| SCARTO QUADRATICO MEDIO | 0,74 | 1,99 | 1,34 | 2,59 | 0,85 | 2,34 | 1,40 | 0,32 | 2,99 | 3,03 | |
| INDICE DI DIFFICOLTA' | 0,87 | 0,58 | 0,72 | 0,56 | 0,68 | 0,73 | 0,79 | 0,94 | 0,41 | 0,36 | |
| E | 19 | 8 | 10 | 3 | 8 | 11 | 14 | 23 | 4 | 3 | |
| S | 1 | 4 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 6 | 9 | |
| DP | 0,1124 | 0,1893 | 0 | 0 | 0,0947 | 0 | 0,0828 | 0 | 0,142 | 0,15976 | |
| N_m | 9 | 7 | 5 | 3 | 4 | 9 | 7 | 9 | 4 | 3 | |
| N_p | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 | 7 | 0 | 0 | |
| IS | 0,6923 | 0,8077 | 0,4615 | 0,3462 | 0,4615 | 1 | 0,4615 | 0,2308 | 0,4615 | 0,34615 | |
| IA | 0,6036 | 0,466 | 0,3302 | 0,1953 | 0,3136 | 0,726 | 0,3657 | 0,2175 | 0,1913 | 0,12574 | |

Dall'analisi dell'indice di difficoltà deduciamo che:

Item 1 - è risultato facile, non discrimina in modo significativo tra studenti preparati e studenti non preparati, è abbastanza

coerente con l'insieme degli item della prova ed è molto utile nella prova.
Item 2 - è risultato medio-facile, non discrimina in modo significativo tra studenti preparati e studenti non preparati, è molto coerente con l'insieme degli item della prova ed è abbastanza utile nella prova.
Item 3 - è risultato medio-facile, non discrimina tra studenti preparati e studenti non preparati, è abbastanza coerente con l'insieme degli item della prova ed è abbastanza utile nella prova.
Item 4 - è risultato medio-facile, non discrimina tra studenti preparati e studenti non preparati, non è molto coerente con l'insieme degli item della prova ed è poco utile nella prova.
Item 5 - è risultato medio-facile, non discrimina in modo significativo tra studenti preparati e studenti non preparati, è abbastanza coerente con l'insieme degli item della prova ed è abbastanza utile nella prova.
Item 6 - è risultato medio-facile, non discrimina tra studenti preparati e studenti non preparati, è molto coerente con l'insieme degli item della prova ed è molto utile nella prova.
Item 7 - è risultato facile, non discrimina in modo significativo tra studenti preparati e studenti non preparati, è abbastanza coerente con l'insieme degli item della prova ed è abbastanza utile nella prova.
Item 8 - è risultato facile, non discrimina tra studenti preparati e studenti non preparati, non è molto coerente con l'insieme degli item della prova ed è abbastanza utile nella prova.
Item 9 - è risultato medio-difficile, non discrimina in modo significativo tra studenti preparati e studenti non preparati, è abbastanza coerente con l'insieme degli item della prova ed è poco utile nella prova.
Item 10 - è risultato medio-difficile, non discrimina in modo significativo tra studenti preparati e studenti non preparati, è abbastanza coerente con l'insieme degli item della prova ed è poco utile nella prova.

## 14. INDICAZIONI PER IL RECUPERO

Dall'analisi dei dati emersi dalla prova di valutazione somministrata si evidenzia che metà studenti non hanno raggiunto la sufficienza.
Tra in non sufficienti 6 sono insufficienze gravi (minori di 5) e possiamo dire che sono alunni che presentano lacune pregresse di matematica, non svolgono costantemente i compiti a casa e si distraggono spesso durante le lezioni. I restanti non sufficienti hanno ammesso che si sono trovati spiazzati di fronte ad una prova strutturata in questo modo, con problemi non meno ripetitivi ma più indirizzati verso una didattica per competenze.

L'attività di recupero si avvale di 3 ore in itnere in orario curriculare così organizzato:
-Gli studenti insufficienti sono chiamati a turno alla lavagna in modo che nello svolgere un esercizio (analogo a quello della verifica) l'insegnante possa rendersi conto delle strategie cognitive che hanno adottato. L'insegnante cerca in tal modo di capire il perchè lo studente ha commesso quel tipo di errore e lo guida verso la risoluzione dei dubbi e verso una strategia corretta. Successivamente agli studenti vengono proposti degli esercizi da svolgere singolarmente a casa e da riconsegnare in modo che lo studente possa autovalutarsi.
-Gli studenti sufficienti sono chiamati a svolgere un lavoro di autorflessione sull'attività svolta, mediante un lavoro di gruppo. I gruppi sono composti da studenti omogenei in termini di conoscenze, abilità e competenze e vengono stimolati a riflettere sulle strategie risolutive che hanno adottato e a formularne di alternative.

## 15. AUTORIFLESSIONE

La verifica si è dimostrata abbastanza utile nel verificare le conoscenze e le abilità degli studenti. Gli item sono risultati nel complesso medio-facili ed abbastanza coerenti tra loro.L'indice che misura il potere discriminante degli items si è rivelato nel complesso abbastanza basso, questo vorrebbe dire che gli esercizi sono scarsamente utili per discriminare chi ha raggiunto gli obiettivi da chi non li ha raggiunti; crediamo però che tale risultato sia dovuto alla nostra scelta di assegnazione del punteggio ad ogni singolo item. Infatti pochi item sono risultati "sbagliati", cioè con punteggio assegnato 0 perchè in ciascun item sono state rilevate abilità anche minime per quasi la totalità degli studenti.
Per quanto riguarda le competenze, il risultato è stato in linea con le nostre previsioni: gli studenti competenti sono quelli che già si distinguevano per le loro conoscenze e abilità. Dopo l'attività di autoriflessione proposta per loro abbiamo appreso che hanno trovato divertente la sfida lanciata e ci hanno incoraggiato a lavorare maggiormente su questi aspetti legati a situazioni reali.