

# TRASFORMAZIONI (Paour, Mignone, Piacenza, 2022)

## SESSIONE 1

Le regole delle prime tre sessioni sono volutamente semplici per permettere agli allievi di familiarizzarsi con

- a) lo svolgimento dell'attività (scoperta, rappresentazione, applicazione, trasposizione, riflessione metacognitiva)
- b) i tipi di esercizi di applicazione e di trasposizione
- c) le modalità di risposta.

La descrizione di questa prima lezione è relativamente lunga, per spiegare e giustificare le diverse tappe dell'attività. Le lezioni successive saranno descritte più brevemente, perché si insisterà essenzialmente sulle specificità delle une in rapporto alle altre, in particolare sulla progressione e la complessità delle regole.

Se questa prima lezione si dimostrerà troppo lunga, la si presenterà in due riprese, conservando la tappa della trasposizione per un'altra sessione.

### OBIETTIVI:

- familiarizzare gli allievi con lo svolgimento dell'attività, utilizzando regole di trasformazione semplici;
- sottolineare ciò che è importante per saper risolvere i problemi (cercare le regole in maniera sistematica, **provare a spiegarle il meglio possibile**, imparare **a utilizzare le regole con un nuovo materiale**);
- **renderli attenti alle risposte degli altri durante la condivisione.**

### STIMOLI E REGOLE

Per la scoperta e l'applicazione: quadrati e cerchi, rossi e blu, grandi e piccoli

Per la trasposizione: triangoli e croci, neri(e) e grigi(e), grandi e piccoli(e).

### MATERIALE (per ogni allievo)

**Foglio recto-verso di scoperta e applicazione delle regole:** il foglio di scoperta e il foglio di applicazione sono piazzati recto-verso in una busta trasparente, in modo che gli allievi possano applicare le regole senza vedere gli esempi. I due fogli possono anche essere **proiettati** uno alla volta su uno schermo.

**Foglio di trasposizione delle regole:** comporta una sola faccia, perché si tratta di applicare le regole scoperte in precedenza su un materiale nuovo. Il foglio può essere **proiettato**.

**2 fogli di risposta.** Si utilizzerà lo stesso format di risposte durante tutto il percorso. Su una faccia riportano una serie di numeri che permettono di indicare le risposte in corrispondenza con i numeri degli esercizi di applicazione e di trasposizione. L'altra faccia, bianca, servirà alla rappresentazione delle regole.

**4 matite colorate:** blu, rosso, verde e nero

## SVOLGIMENTO

### I. SCOPERTA E RAPPRESENTAZIONE DELLE REGOLE

L'insegnante dà a ogni allievo la busta trasparente che contiene il foglio recto-verso degli esempi di trasformazione (per la scoperta delle regole) e degli esercizi di trasformazione (applicazione delle regole), un foglio per la risposta e un mezzo foglio "di brutta" (potrà servire per i tentativi di rappresentazione delle regole prima di riportarli sul foglio di risposta). Se è possibile proiettare il foglio degli esempi e quello di applicazione delle regole, si daranno soltanto il foglio per la risposta e il mezzo foglio "di brutta".

L'insegnante spiega che i fogli nella busta serviranno, per cominciare, a scoprire le regole di trasformazione studiando gli esempi, e poi ad applicarle svolgendo gli esercizi che si trovano dietro la pagina degli esempi. Nel caso che i fogli vengano proiettati, si darà per ciascuno analogo spiegazione.

Gli allievi cominceranno con la scoperta delle regole. Terranno quindi il foglio dalla parte degli esempi: c'è scritto Scoperta dopo il numero della lezione.

*Che cosa vedono su questa faccia del foglio?* Degli esempi di trasformazione. Le trasformazioni sono rappresentate da una ruota dentata con una freccia. C'è una figura **PRIMA** della ruota (alla partenza della freccia) che mostra l'oggetto (il disegno, la cosa...) di partenza prima della trasformazione. Nella ruota c'è un numero che indica una regola di trasformazione. *Quanti diversi numeri ci sono sul foglio?* (1, 2, 3). Questo vuol dire che ci sono tre regole di trasformazione da scoprire studiando gli esempi. **Quando lo stesso numero compare in diverse ruote dentate, vuol dire che si tratta della stessa regola di trasformazione.**

#### Scoperta e rappresentazione individuale

L'insegnante spiega che lascerà del tempo per scoprire le regole di trasformazione. Quando gli allievi avranno scoperto una regola, dovranno spiegarla sul foglio per la risposta, girandolo dalla parte bianca. Sull'altra faccia di questo foglio ci sono dei numeri che permetteranno agli allievi di rispondere agli esercizi più tardi, quando avranno scoperto le regole. Cominceranno a scrivervi il loro nome e il numero della lezione.

**La faccia bianca del foglio serve a spiegare le regole di trasformazione.** Quando gli allievi avranno scoperto che cosa "fa" una regola, ad esempio la numero 2, scriveranno un 2 sul foglio e, accanto al numero, spiegheranno ciò che la regola fa disegnando degli esempi con le matite colorate oppure scrivendo delle parole, come preferiscono. Faranno attenzione a non mescolare le spiegazioni separando con un tratto di matita una regola dall'altra. Dovranno spiegare ciò che fanno le regole il meglio possibile, perché queste spiegazioni serviranno in seguito per risolvere gli esercizi.

#### **Condivisione**

Dopo un certo tempo l'insegnante richiama l'attenzione degli allievi e chiede loro di mettere in comune ciò che hanno trovato: che cosa fanno le tre regole e come le hanno spiegate sul loro foglio. È importante che ciascuno ascolti bene ciò che gli altri hanno scoperto.

*L'insegnante comincia col chiedere come hanno fatto a scoprire le regole. Hanno osservato degli esempi. Sì, ma in quale ordine? C'è una buona strategia per farlo? Sì, decidere un numero, cercare sulla pagina quel numero e studiare gli esempi di trasformazione di questa regola.*

L'insegnante continua a sollecitare la condivisione chiedendo *quale sia stata la regola più facile da trovare e perché. Che cosa fa la regola 2? Non fa proprio niente, perché il disegno prima e dopo la trasformazione è esattamente lo stesso: la regola non cambia niente. Alcuni possono pensare che questa sia la regola più difficile, perché si aspettavano una trasformazione che non c'è stata. Ma quando si capisce è molto facile: c'è lo stesso disegno prima e dopo la ruota dentata. L'insegnante chiede come hanno fatto gli allievi a spiegare questa regola. Pone la domanda a diversi allievi, in modo da mettere in evidenza le diverse modalità: un esempio (lo stesso del foglio di scoperta, oppure un altro diverso?), diversi esempi (è meglio fare più di un esempio? perché?), tutti gli esempi (è utile dare tutti gli esempi possibili? perché?), spiegare con le parole (quali?).*

Senza cercare di indicare un modo migliore di fare, l'insegnante li fa esplicitare tutti, facendo attenzione alla loro pertinenza: **l'importante, è che la loro spiegazione permetta poi agli allievi di applicare bene la regola.**

*E qual era la regola un po' più difficile da scoprire rispetto alla regola 2? Ci sono due risposte possibili: per qualcuno sarà più facile quella che cambia il colore di quella che cambia la grandezza, per altri sarà vero il contrario.*

Sia per l'una sia per l'altra regola, l'insegnante farà esplicitare i modi di spiegarle. Insisterà in modo particolare sul numero di esempi: *ne basta uno solo? perché? È meglio darne almeno due, perché un solo esempio non spiega completamente la regola (quadrato rosso trasformato in quadrato blu va bene, ma non spiega che il quadrato blu può anche essere trasformato in quadrato rosso). Il colore è cambiato solo per i quadrati? No, la regola ha cambiato anche il colore dei cerchi. Quale sarebbe allora un buon modo per spiegare la regola? E se si utilizzano le parole, che cosa si può scrivere?*

#### **Attenzione:**

1. Questa attività è molto difficile ed è cognitivamente più importante della scoperta delle regole stesse. Come rappresentare una trasformazione con dei disegni, degli schemi o con una descrizione verbale **è una delle attività chiave di questo strumento**. Non ci si deve aspettare che gli allievi ci arrivino facilmente e rapidamente. Ci si aspetta invece che la condivisione delle varie risposte nel gruppo aiuti progressivamente gli allievi a migliorare da una lezione all'altra le loro capacità esplicative.
2. Non si chiede agli allievi di correggere le loro rappresentazioni sul foglio. Da una lezione all'altra, li si porterà a prendere coscienza dei loro progressi in quest'ambito.

## II. APPLICAZIONE DELLE REGOLE

L'insegnante spiega agli allievi che adesso applicheranno le regole di trasformazione che hanno scoperto. Per questo gireranno il foglio dalla parte degli esercizi (applicazioni) e il foglio delle risposte dalla parte dei numeri. Nel caso, proiettare il foglio Applicazioni.

### Spiegazione dei tipi di esercizi

*Che cosa si vede sul foglio degli esercizi?* Degli esercizi. Ce ne sono di due tipi: quelli della parte alta del foglio, in ciascuno dei quali si utilizza **una sola regola di trasformazione**: i numeri di questi esercizi sono scritti in nero su bianco. E ci sono gli esercizi sulla parte bassa del foglio, in cui si utilizzano **più trasformazioni**: i numeri di questi esercizi sono scritti in bianco su nero.

Cominciamo dagli esercizi in cui si utilizza una sola regola di trasformazione, quelli in alto sulla pagina, con i numeri scritti in nero su bianco.

*Com'è l'esercizio numero 1?* C'è una forma davanti alla ruota dentata (un piccolo cerchio rosso), la ruota dentata ha un 1 in centro e c'è un punto interrogativo dopo la ruota. Il punto interrogativo vuol dire che gli allievi devono trovare come il piccolo cerchio rosso verrà cambiato dalla regola di trasformazione numero 1. Per poter rispondere, bisogna ricordare ciò che fa la regola di trasformazione il cui numero è scritto nella ruota (1); se non ci si ricorda più e si vuole essere sicuri, si può girare il foglio di risposta per vedere come si è spiegato ciò che fa questa regola. La regola numero 1 cambia il colore. Prima della trasformazione c'è un piccolo cerchio rosso, *come diventerà dopo la trasformazione? Può diventare grande? Perché? Può diventare un quadrato? Perché?* Diventerà un piccolo cerchio blu. L'allievo disegnerà sul foglio di risposta con il pastello blu un piccolo cerchio. Attenzione a disegnare la risposta in corrispondenza del numero giusto, l'1.

Adesso, passiamo all'esercizio numero 2. Com'è? C'è anzitutto un punto interrogativo, poi la ruota dentata con il numero 3 e poi un grande quadrato blu. Il punto interrogativo dice che bisogna trovare la forma da cui partire perché diventi un grande quadrato blu. Per farlo occorre ricordare ciò che fa la regola numero 3. *Che cosa fa?* Cambia la grandezza delle forme senza cambiare la forma e il colore: se la forma è piccola diventa grande e se la forma è grande diventa piccola. *Con questa regola, allora, quale forma bisogna mettere perché diventi un grande quadrato blu? Si può mettere una forma blu? Sì, no, perché? Si può mettere un quadrato? Sì, no, perché? Si può mettere una forma grande? Sì, no, perché?* A questo punto l'allievo ha trovato che bisogna mettere un piccolo quadrato blu che sarà trasformato in un grande quadrato blu. Disegnerà questo piccolo quadrato blu sul foglio di risposta vicino al numero dell'esercizio (2). Attenzione a disegnare con precisione un piccolo quadrato blu, accanto al numero 2.

Passiamo all'esercizio 3. *Che cosa si vede?* Un grande quadrato blu, la ruota dentata senza numero e con un punto interrogativo e poi un grande quadrato rosso. Questa volta abbiamo le due forme **prima e dopo** la trasformazione e bisogna trovare qual è la regola che permette di trasformare un grande quadrato blu in un grande quadrato rosso.: *la 1, la 2 o la 3?* Se non la si ricorda, si può girare il foglio di risposta per guardare le spiegazioni. Bene, è il numero 1 che

cambia il blu in rosso e il rosso in blu: allora la risposta è la regola numero 1. L'allievo scriverà un 1 sul foglio di risposta accanto al numero dell'esercizio, il 3.

Vediamo l'esercizio numero 4. *Che cosa si vede?* Una forma che non abbiamo ancora incontrato: una specie di 8, o due cerchi uno sopra l'altro: il cerchio superiore è rosso e quello inferiore è blu; poi si vede la ruota con la regola numero 1 e poi un punto interrogativo. Il punto interrogativo dice che bisogna immaginare come questa nuova figura potrebbe essere trasformata dalla regola 1. Ricordiamo ciò che fa questa regola. *Che cosa potrebbe fare? Ci sono delle idee?* Un buon modo di applicare la regola può essere quello di cambiare il colore dei due cerchi. Il cerchio superiore diventerà blu e quello inferiore rosso. L'allievo disegnerà la risposta a fianco del numero dell'esercizio 4.

Se si guardano gli esercizi in cui si utilizza una sola regola di trasformazione, si vede che ci sono quattro tipi di problemi: quelli in cui bisogna trovare il risultato della trasformazione, quelli in cui bisogna trovare la forma da cui partire per ottenere quella che sta dopo la ruota, quelli in cui si hanno le forme prima e dopo la trasformazione e bisogna scrivere il numero della trasformazione e quelle in cui occorre applicare una trasformazione a una forma che non si è ancora incontrata. Si può decidere di fare prima tutti gli esercizi di uno stesso tipo o di seguire l'ordine degli esercizi, come si vuole. In ogni caso, occorre fare attenzione a disegnare la risposta a fianco del giusto numero dell'esercizio.

Guardiamo adesso gli esercizi in cui si utilizzano **più regole di trasformazione** (i numeri degli esercizi sono scritti in bianco su nero).

Prendiamo l'esercizio 1. *Che cosa si vede?* Un piccolo cerchio blu e poi due ruote: la prima col numero 1 e la seconda col numero 3. Poi un punto interrogativo, che dice che bisogna trovare come diventerà il piccolo cerchio blu se prima lo si trasforma con la regola numero 1 e poi si trasforma ciò che è diventato con la regola numero 3. Per trovare la risposta bisogna rappresentarsi ciò che succede quando si utilizza la regola 1 con un piccolo cerchio blu. *Che cosa fa la regola di trasformazione numero 1? Come va cambiato il piccolo cerchio blu?* Sì, in piccolo cerchio rosso, perché la regola numero 1 cambia il blu in rosso e il rosso in blu. **Bisogna tenere bene in testa "piccolo cerchio rosso"**. Non blu, rosso! *Allora, come diventerà il piccolo cerchio rosso se si utilizza la regola di trasformazione numero 3? Che cosa fa questa regola?* Cambia la grandezza: le forme piccole diventano grandi e le grandi piccole. Allora, il piccolo cerchio *di che colore...sì, rosso!* Diventerà un grande cerchio rosso. Quindi, l'allievo dovrà disegnare un grande cerchio rosso accanto al numero dell'esercizio 1.

Passiamo all'esercizio numero 2. *Che cosa si vede?* Questa volta c'è prima un grande quadrato blu, poi due ruote dentate con il punto interrogativo, poi un'altra forma, un piccolo quadrato rosso. Il punto interrogativo dice che bisogna trovare le regole di trasformazione che permettono di trasformare il grande quadrato blu in piccolo quadrato rosso. Per scoprirle, occorre confrontare la forma prima che sia trasformata con la forma dopo, e chiedersi che cosa è cambiato. *È la forma?* No, si tratta sempre di un quadrato. *È il colore?* Sì, il quadrato era blu e dopo la trasformazione è rosso. *Allora, quale regola di trasformazione bisogna utilizzare per cambiare il colore? È la 1? Ma è sufficiente per ottenere un piccolo quadrato rosso?* No, perché se utilizziamo solo la regola 1 avremo un grande quadrato rosso e non un piccolo quadrato

rosso. *Allora, che cosa occorre fare ancora? Cambiare la grandezza. Come? Utilizzando la regola di trasformazione 3 che inverte la grandezza. Allora che cosa bisognerà scrivere sul foglio di risposta?* Il numero delle regole di trasformazione: 1 che cambia il colore e 3 che cambia la grandezza. L'allievo scriverà 1 e 3 di fianco al numero dell'esercizio 2. *Potrebbe essere corretto scrivere 3 e 1 invece che 1 e 3?* Sì, sarebbe la stessa cosa, si cambierebbe la grandezza prima di cambiare il colore, ma alla fine il risultato sarebbe lo stesso: un piccolo quadro rosso.

### **Risoluzione individuale degli esercizi rimanenti**

Dopo tutte queste spiegazioni l'insegnante invita gli allievi a fare da soli gli altri esercizi, ricordando loro di non sbagliarsi nel mettere le risposte al numero giusto sul loro foglio.

Dopo la risoluzione individuale, l'insegnante invita gli allievi a una condivisione. Anche in questo momento, l'importante non è che gli allievi diano la risposta giusta, **ma che la giustifichino**. La diversità delle risposte permetterà che emergano le risposte giuste e le loro giustificazioni, e, cosa importante, che siano presentate giustificazioni incomplete o erranee. Se vogliono, gli allievi possono correggere le risposte, ma l'insegnante non lo pretende.

### III. TRASPOSIZIONE DELLE REGOLE

Questa terza tappa permette all'insegnante di differenziare gli allievi se lo ritiene utile, perché si possono proporre due livelli di difficoltà.

Il primo livello (trasposizione prossima) corrisponde a un'applicazione delle regole su un materiale nuovo ma analogo a quello utilizzato per la scoperta e l'applicazione delle regole. Il secondo corrisponde alla trasposizione degli esempi e degli esercizi con un materiale non del tutto analogo a quello iniziale: gli allievi devono trasporre gli esempi e gli esercizi ma con altri elementi-stimolo. Si proporrà questo secondo livello solo agli allievi per i quali la prima tappa sia rivelata troppo facile.

#### **Trasposizione prossima**

L'insegnante distribuisce agli allievi il foglio degli esercizi di trasposizione (o lo proietta) e chiede di descriverlo confrontandolo con il precedente. In questa tappa non si danno dei nuovi esempi perché gli allievi devono applicare le regole scoperte sul nuovo materiale (triangolo e croce, verde e nero, grande e piccolo).

*In che cosa questo foglio di esercizi è diverso e in che cosa è uguale al precedente?* È diverso perché non ci sono né cerchi né quadrati ma triangoli e croci e perché i colori sono nero e verde e non blu e rosso.

*In che cosa questo foglio di esercizi è uguale al precedente?* È un foglio con gli stessi generi di esercizi: quelli in alto con una sola trasformazione e i numeri degli esercizi in nero su bianco, e quelli in basso con più regole di trasformazione e i numeri degli esercizi in bianco su nero. Poi ci sono delle forme come sull'altro foglio, non quadrati e cerchi ma croci e triangoli, ci sono due colori, nero e verde, al posto del rosso e del blu e le forme, come sull'altro foglio, sono disegnate in due formati, grande e piccola.

Dopo questa descrizione delle somiglianze e delle differenze, l'insegnante distribuisce agli allievi un nuovo foglio di risposta sul quale scrivere il proprio nome e il numero della lezione. **Li invita poi a utilizzare le stesse regole di trasformazione con queste nuove forme.**

L'insegnante procede allo stesso genere di condivisione della tappa precedente. Si assicurerà che le giustificazioni mettano bene in evidenza le trasposizioni in rapporto alle regole: verde/nero è come rosso/blu e triangolo/croce è come quadrato/cerchio; grande/piccolo è uguale. Cercherà anche di far comprendere che le regole scoperte sono molto generali. La 1 non cambia soltanto il blu in rosso e il rosso in blu, ma inverte i colori disponibili: cambia anche il verde in nero e il nero in verde; la 3 non cambia soltanto la grandezza dei quadrati e dei cerchi ma anche delle croci e dei triangoli: cambia la grandezza qualunque sia la forma (quadrato, cerchio, croce e triangolo).

Alla fine, l'insegnante inviterà gli allievi a proporre verbalmente degli stimoli diversi che possano corrispondere a queste regole.

**Trasposizione remota** (da riservare agli allievi che hanno capito bene le regole e non hanno avuto alcuna difficoltà a comprendere gli esercizi di applicazione)

L'insegnante spiega agli allievi in questione che devono rifare il foglio di esercizi utilizzando le lettere A e B al posto delle forme quadrato e cerchio. Chiede di fare il lavoro con cura, perché questi fogli potranno essere dati come esercizi ad altri allievi.

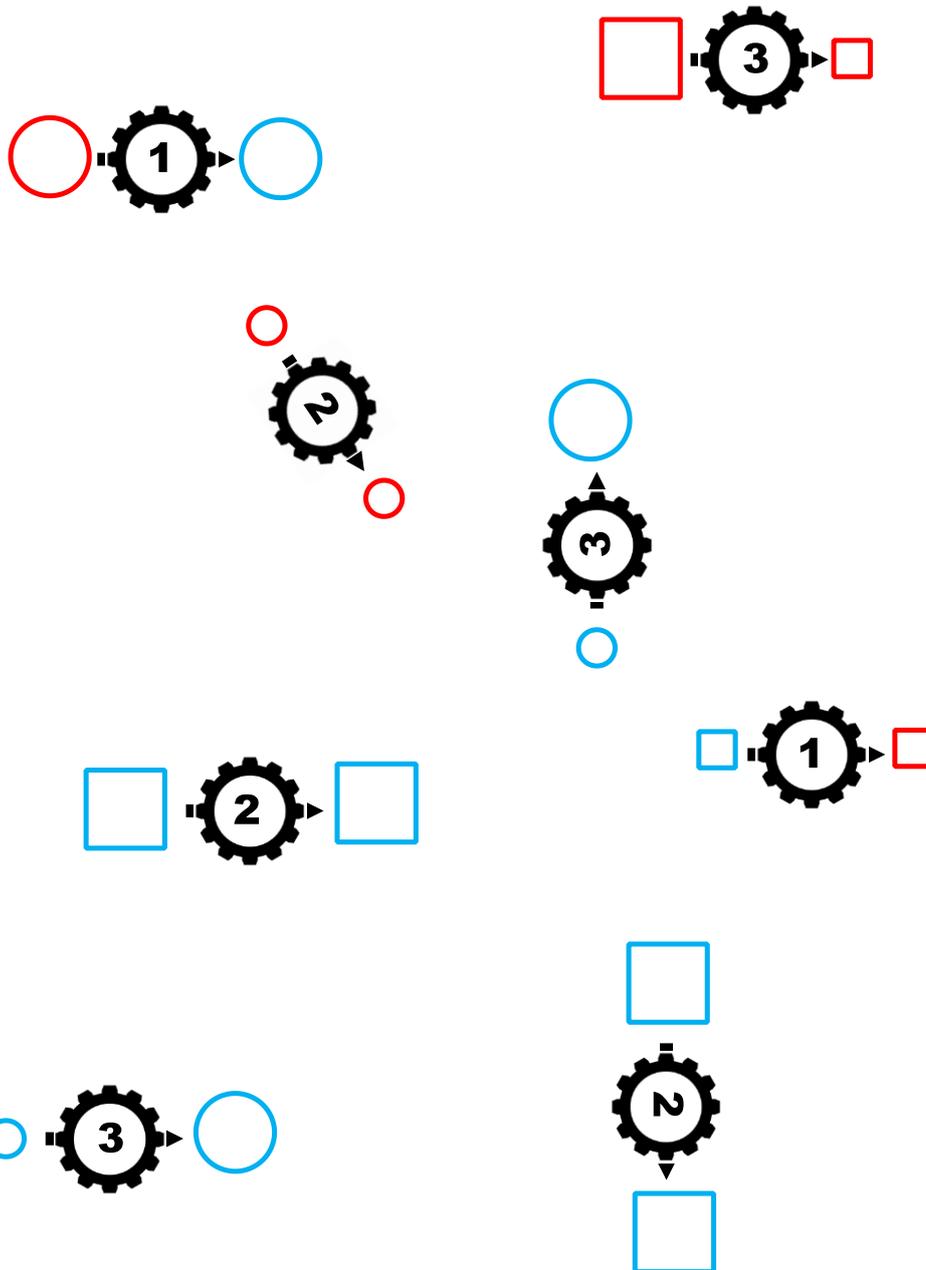
Nel caso in cui questo compito si dimostrasse ancora troppo facile per certi allievi, si potrà chiedere loro di creare i propri esercizi e non più semplicemente di fare delle trasposizioni.

#### RIFLESSIONE METACOGNITIVA

L'insegnante invita gli allievi a esprimersi su ciò che hanno imparato nel corso della lezione, su che cosa è stato particolarmente difficile e su che cosa potranno fare la prossima volta per incontrare meno difficoltà.



# Sessione 1 (Scoperta)



Trasformazioni



Sessione 1 (Applicazioni)

- ① ○ ⚙️ 1 ?
- ② ? ⚙️ 3 □
- ③ □ ⚙️ ? □
- ④ ○ (red) ○ (blue) ⚙️ 1 ?
- ⑤ ○ ⚙️ ? ○
- ⑥ ○ (blue) ⚙️ 1 ?
- ⑦ A ⚙️ 3 ?
- ⑧ ? ⚙️ 2 □

- ① ○ (blue) ⚙️ 1 ⚙️ 3 ?
- ② □ ⚙️ ? ⚙️ ? □ (red)
- ③ ○ (red) ⚙️ 1 ⚙️ 3 ⚙️ 1 ?
- ④ ○ (blue) ⚙️ 3 ⚙️ 3 ⚙️ 3 ?
- ⑤ ? ⚙️ 2 ⚙️ 3 □

Trasformazioni



Sessione 1 (Trasposizione)

①	?		+	⑤			?
②			?	⑥	+		?
③	?			⑦	?		
④				⑧			?

①				?	
②	?				
③		?	?		
④	?				
⑤		?			

**Nome:**

**Sessione:**

①	②
③	④
⑤	⑥
⑦	⑧

①
②
③
④
⑤